

# Ámbito Científico- Tecnológico



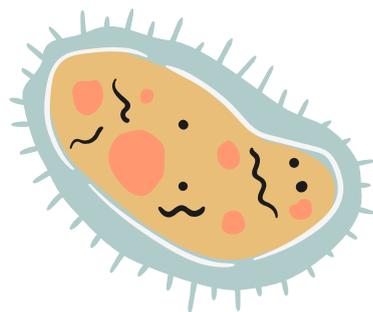
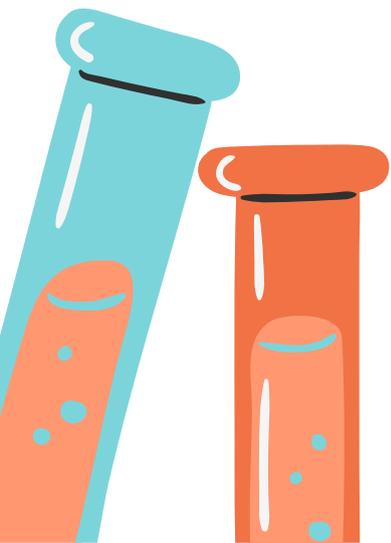
## MÓDULO III ESPAD

---



CEPA Altomira (Tarancón)

Curso 2023/24



**PARTE nº 7: Irracionalidad del número, estudio de la proporción como función. Representación de sistemas en el plano y el espacio.**

- **Tema 1:** Números racionales e irracionales. Notación científica.
- **Tema 2:** La proporcionalidad, su representación gráfica y sus aplicaciones.
- **Tema 3:** Geometría del espacio: Coordenadas geométricas, sistema de representación de los cuerpos en el espacio. Cálculo de longitudes, áreas y volúmenes de los mismos.

**PARTE nº 8: Funciones como modelos de situaciones cotidianas, registro e inferencia sobre las mismas.**

- **Tema 4:** La función lineal y cuadrática como modelización de situaciones reales.
- **Tema 5:** Estadística descriptiva e inferencial aplicada al entorno cotidiano.
- **Tema 6:** Estructura de la materia. La formación de sustancias y su denominación en lenguaje científico.

**PARTE nº 9: Electricidad. El universo. Geología.**

- **Tema 7:** La naturaleza eléctrica de la materia. Circuitos y operadores eléctricos. El ahorro y la eficiencia energética como base para un desarrollo sostenible energéticamente.
- **Tema 8:** El universo: teorías de formación, estructuras básicas. El Sistema Solar e hipótesis del origen de la vida en la Tierra.
- **Tema 9:** Rocas y minerales. Procesos geológicos internos y externos, sus riesgos naturales. Formación del relieve y el paisaje.

# UNIDAD DE APRENDIZAJE Nº 7: IRRACIONALIDAD DEL NÚMERO. ESTUDIO DE LA PROPORCIÓN COMO FUNCIÓN. REPRESENTACIÓN DE SISTEMAS EN EL PLANO Y EL ESPACIO.

## TEMA 1. NÚMEROS RACIONALES E IRRACIONALES. NOTACIÓN CIENTÍFICA.

### 1. NÚMEROS NATURALES, ENTEROS Y RACIONALES

A los números que utilizamos para contar la cantidad de elementos de un conjunto no vacío se les denomina **números naturales**.

Designamos con **N** al conjunto de dichos números.

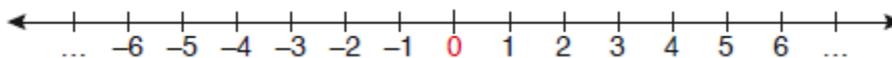
$$\mathbf{N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5...\}}$$

Los **números enteros** son los mismos números naturales poniéndoles delante los signos (+) o (-) y los llamamos *positivos* y *negativos* respectivamente.

El número cero también es un entero que no se considera ni positivo ni negativo.

Al conjunto de los **números enteros** lo denominamos **Z**.

$$\mathbf{Z = \{...\,- 4, - 3, - 2, - 1, 0, 1, 2, 3, 4...\}}$$



Los naturales se identifican con los enteros positivos, es decir:

$$\mathbf{N \subset Z.} \text{ (Se lee N está incluido en Z)}$$

La gran diferencia entre los números enteros y los naturales es que los números enteros tienen *opuesto*. El **opuesto** de un número entero es el mismo número cambiado de signo.

El **valor absoluto** de un número entero es la distancia de ese número al cero, y se indica poniendo el número entre dos barras. Ejemplo: el valor absoluto del +5 se expresa como  $|+5| = 5$ . El valor absoluto del -3 se escribe  $|-3| = 3$ .

Llamamos **número racional** a todo número que se puede expresar como una fracción  $n/m$  donde  $n$  y  $m$  son enteros y  $m \neq 0$ .

Al conjunto de los **números racionales** lo denominamos **Q**.

Observemos que todo número entero es racional, pues si  $m \in \mathbf{Z}$  escribimos  $m = \frac{m}{1} \in \mathbf{Q}$ . (Se lee  $m$  pertenece a  $\mathbf{Z}$ ).

Es decir  $\mathbf{Z \subset Q}$ . La recíproca es falsa, por ejemplo,  $\frac{1}{2} \in \mathbf{Q}$  pero  $\frac{1}{2} \notin \mathbf{Z}$

Un número racional se puede expresar por diferentes fracciones.

$$\frac{3}{4} = \frac{-3}{-4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{75}{100}$$

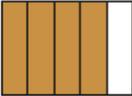
Un número racional se puede expresar también en forma decimal:

$$\frac{3}{4} = 0,75 = 0,750 = \dots$$

Todo *número racional* puede expresarse como número **decimal exacto** o **periódico**.

$\frac{1}{2} = 0,5$	decimal exacto
$\frac{1}{3} = 0,333\dots = 0,\hat{3}$	decimal periódico puro de período 3
$\frac{86}{11} = 7,818181\dots = 7,\hat{81}$	decimal periódico puro de período 81
$\frac{29}{6} = 4,83333\dots = 4,8\hat{3}$	decimal periódico mixto de período 3

Toda **fracción** es un *número racional*. El concepto de *fracción* puede ser interpretado de diversas formas:

Fracción como división	Fracción como PARTE DE LA UNIDAD	Fracción como OPERADOR
$\frac{4}{5}$ ← NUMERADOR ← DENOMINADOR Una fracción es el cociente de 2 números enteros	 = $\frac{4}{5}$ El denominador es el número de partes en que se divide la unidad, y el numerador las que se toman	$\frac{4}{5}$ de 100 = $\frac{4 \cdot 100}{5} = 80$ Se multiplica el número por el numerador y se divide por el denominador

Dos **fracciones son equivalentes** si representan la misma cantidad. Para obtener fracciones equivalentes a una dada basta multiplicar o dividir el numerador y el denominador de la fracción dada por un mismo número. De esta forma obtenemos, respectivamente, una **fracción amplificada** o una **fracción simplificada**.

Ejemplo:

$\frac{24}{14} = \frac{24 \cdot 3}{14 \cdot 3} = \frac{72}{42}$	$\frac{24}{14} = \frac{24 : 2}{14 : 2} = \frac{12}{7}$	$\frac{18}{24} = \frac{18 : 3}{24 : 3} = \frac{6}{8}$
---	--	---

Para comprobar si dos fracciones son equivalentes basta multiplicar en cruz o hacer la división. Si ambas operaciones dan el mismo resultado, son equivalentes.

### 1.1. OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS.

- **Suma de enteros:** para *sumar números enteros con distinto signo* se suman por un lado los positivos, por otro los negativos, y después se halla la diferencia entre los valores absolutos de los resultados anteriores y se pone el signo del número que tenga mayor valor absoluto. Ejemplo:  $(-3) + (-4) + (+20) + (-25) + (+8) = -32 + 28 = -4$
- **Resta de enteros:** *restar dos números enteros* es sumar el primero con el opuesto del segundo. Ejemplo:  $(-10) - (+7) = (-10) + (-7) = -17$ .

En operaciones con números enteros en los que aparezcan a la vez sumas y restas, se aplicarán las reglas anteriores.

- **Multiplicación y división de dos enteros:** primero se averigua el signo del resultado mediante las *reglas de los signos* y después se multiplican o dividen los números como si fuesen naturales.

Al multiplicar o dividir dos números enteros que tienen el mismo signo, el resultado obtenido es positivo, y si tienen signos distintos, el resultado siempre es negativo.

Regla de los signos para la MULTIPLICACIÓN	Regla de los signos para la DIVISIÓN
$(+) \cdot (+) = (+)$	$(+) : (+) = (+)$
$(-) \cdot (-) = (+)$	$(-) : (-) = (+)$
$(-) \cdot (+) = (-)$	$(-) : (+) = (-)$
$(+) \cdot (-) = (-)$	$(+) : (-) = (-)$

Ejemplos:

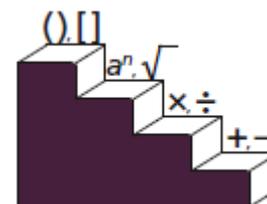
Ejemplos de multiplicación
$(+3) \cdot (+5) = + (3 \cdot 5) = 15$
$(-4) \cdot (-6) = + (4 \cdot 6) = 24$
$(-7) \cdot (+2) = - (7 \cdot 2) = -14$
$(+5) \cdot (-9) = - (5 \cdot 9) = -45$

Ejemplos de división
$(+18) : (+2) = + (18 : 2) = 9$
$(-12) : (-3) = + (12 : 3) = 4$
$(-10) : (+5) = - (10 : 5) = -2$
$(+15) : (-3) = - (15 : 3) = -5$

- **Jerarquía de las operaciones: operaciones combinadas**

Siempre que tengamos operaciones combinadas de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, hay que realizarlas en el orden siguiente;

- 1º.- Paréntesis y corchetes de dentro hacia fuera.
- 2º.- Potencias y raíces.
- 3º.- Multiplicación y división en el orden en que aparecen.
- 4º.- Suma y resta en el orden en que aparecen.



Hacer operaciones con números enteros requiere prestar especial atención a la presencia del signo negativo. Cuando hay un signo – situado delante de un paréntesis, se cambia el signo de lo que hay dentro del paréntesis utilizando las reglas de los signos.

Ejemplos de operaciones combinadas:

- $45 - (20 - 5) + 23 = 45 - (+15) + 23 = 45 - 15 + 23 = 53$
- $15 + 7 \cdot 3 + [(16 - 8) - 2 \cdot (13 - 15)] - 12 = 15 + 7 \cdot 3 + [8 - 2 \cdot (-2)] - 12 = 15 + 21 + [8 + 4] - 12 = 36 + 12 - 12 = 36$

## 1.2. OPERACIONES CON NÚMEROS RACIONALES.

- **Suma y resta de fracciones.**

Cuando las fracciones tiene el mismo denominador:

Se suman o se restan los numeradores y se deja el mismo denominador.

Ejemplo:  $\frac{5}{5} + \frac{7}{5} = \frac{(5+7)}{5}$        $\frac{7}{3} - \frac{20}{3} = \frac{(7-20)}{3} = \frac{-13}{3}$

Cuando las fracciones tengan distinto denominador:

La suma y la resta de fracciones con distinto denominador es otra fracción que tiene:

- Por denominador: el **m.c.m.** de los denominadores.

**¿Cómo se calcula el mínimo común múltiplo de varios números?**

1.º Se hace la descomposición factorial de los números.  
 2.º Se eligen todos los **factores primos comunes y no comunes** con el **mayor exponente** con el que aparecen, y se multiplican.

**Ejemplo**  
 Calcula el mínimo común múltiplo de los números 10, 30 y 45.

1.º	10	2	30	2	45	3	2.º	Se eligen los factores comunes (el 5) y no comunes (el 2 y el 3) con el <u>exponente mayor</u> .
	5	5	15	3	15	3		
	1		5	5	5	5		
			1			1		

$10 = 2 \cdot 5$     $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$     $45 = 3^2 \cdot 5$     $m.c.m.(10,30,45) = 2 \cdot 5 \cdot 3^2 = 90$

- Por numerador: el número que se obtiene al dividir el m.c.m. anterior por cada denominador, multiplicarlo por el numerador correspondiente, y después hacer la suma y la resta (según sea la operación que nos piden que hagamos) de todos los numeradores obtenidos.

Ejemplo:

$$\frac{3}{10} + \frac{7}{30} - \frac{2}{45} = \frac{3 \cdot 9}{90} + \frac{7 \cdot 3}{90} - \frac{2 \cdot 2}{90} = \frac{27}{90} + \frac{21}{90} - \frac{4}{90} = \frac{27 + 21 - 4}{90} = \frac{44}{90} = \frac{22}{45}$$

- **Multiplicación de fracciones.**

El resultado de multiplicar dos o más fracciones, es otra fracción que tiene como numerador el resultado de multiplicar los numeradores y en el denominador, el producto de los denominadores.

Ejemplo:  $\frac{8}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{8 \cdot 3}{3 \cdot 7} = \frac{24}{21}$        $\frac{-3}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{-3 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{-9}{20}$

- **División de fracciones.**

Para ello multiplicamos la primera fracción por la segunda invertida. Es decir, para dividir fracciones se multiplican en cruz.

Ejemplo:  $\frac{3}{5} \div \frac{4}{7} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 4} = \frac{21}{20}$        $\frac{4}{7} \div \frac{3}{-5} = \frac{4 \cdot (-5)}{7 \cdot 3} = \frac{-20}{21}$

## 2. NÚMEROS IRRACIONALES.

A los números que no se los puede expresar en forma de fracción, se los denomina **números irracionales**. Es decir, expresado en forma decimal no es exacto, ni periódico. Las cifras decimales no se repiten. Al conjunto de los números irracionales se les denomina **I**.

Ejemplos:

- $\pi \cong 3,141592654\dots$  Representa una aproximación del número irracional. Existen otras aproximaciones para este número (3,14; 3,141; 3,14159; 3,1416... etc.).
- $\sqrt{2} = 1,414213562\dots$
- $e \cong 2,71\dots$

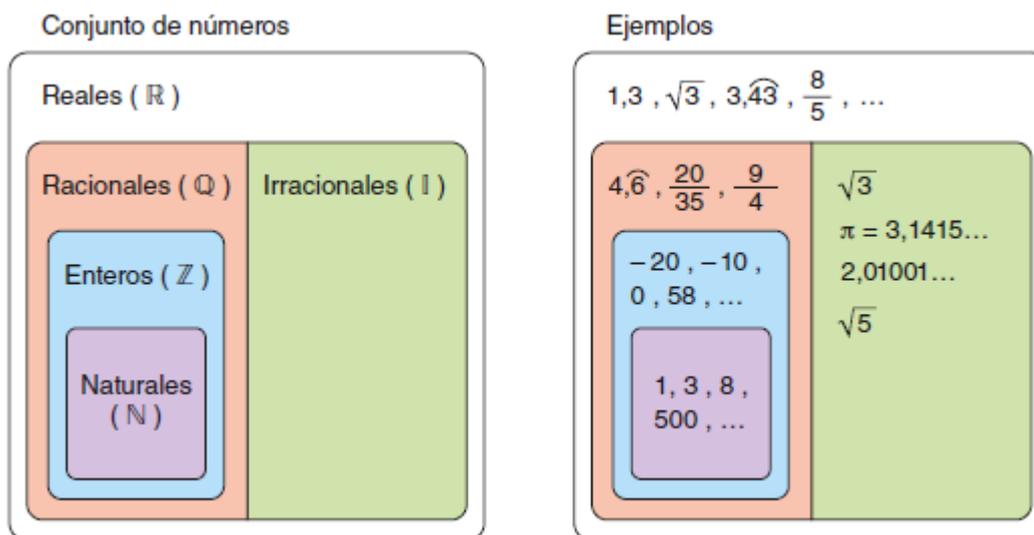
d)  $\Phi = (1 + \sqrt{5})/2 = 1,618033989\dots$  número de oro o número áureo

e)  $\sqrt[3]{3} = 1,4422\dots$

### 3. NÚMEROS REALES.

La unión del **conjunto Q** de **números racionales** y el **conjunto I** de los **números irracionales** es el **conjunto R** de los **números reales**.

En el siguiente esquema podemos ver todos los conjuntos de números.



Dados dos números reales:  $a$  y  $b$ , se puede dar una y sólo una de las siguientes situaciones:

$$a < b ; a > b ; a = b$$

El símbolo  $<$  significa menor que y el símbolo  $>$  significa mayor que. Es decir,  $a < b$  se lee:  $a$  es menor que  $b$ . Y  $a > b$  se lee:  $a$  es mayor que  $b$ . Esto nos permite representar “ordenadamente” los números reales en la *recta numérica*, también denominada **recta real**.

#### 3.1. REPRESENTACIÓN DE NÚMEROS EN LA RECTA REAL.

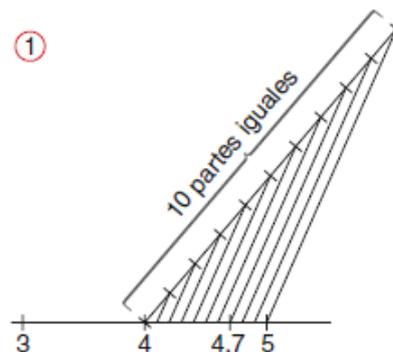
El conjunto de los números reales suele representarse sobre una línea recta denominada **recta real** donde a cada punto de la recta se le asocia un número real.

Recíprocamente, a cada número real le corresponde un único punto de la recta. Los *números naturales* y los *números enteros* se dibujan fácilmente.

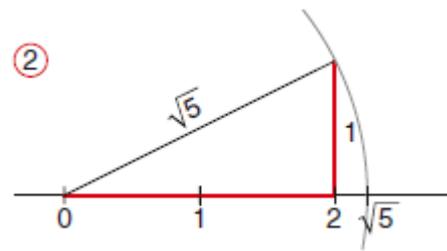
En cambio, si nos piden que representemos *números decimales (racionales)* o *números irracionales* puede resultar más difícil. Veamos algunas formas de hacerlo utilizando regla y compás.

Ejemplos:

- Para representar en la recta real el número 4,7 dividimos el segmento situado entre 4 y 5 en 10 partes iguales y tomamos 7. ①



- Para representar números irracionales como  $\sqrt{5}$  utilizamos el teorema de Pitágoras. Puesto que  $(\sqrt{5})^2 = 2^2 + 1^2$ .



### 3.2. INTERVALOS DE LA RECTA REAL.

Un **intervalo** es una parte de la recta real que contiene todos los números comprendidos entre dos números llamados **extremos del intervalo**. Los *intervalos* son subconjuntos de  $\mathbb{R}$ .

Ejemplos:

- “Los números reales mayores que 2 y menores que 5”. Simbólicamente:  $\{2 < x < 5\}$ .
- “Los números reales menores o iguales que  $3/2$ ”. Es decir:  $x \leq 3/2$ .

Dependiendo de si los extremos pertenecen o no al intervalo, tenemos cuatro **tipos de intervalos**:

<p><b>Intervalo cerrado:</b> los dos extremos pertenecen al intervalo; se representa con corchetes.</p> <p><b>Ejemplo:</b> el intervalo <math>[2, 3]</math></p> <p>Contiene todos los números que hay entre 2 y 3, ambos incluidos, es decir: <math>2 \leq x \leq 3</math></p> 	<p><b>Intervalo abierto:</b> ninguno de los extremos pertenece al intervalo; se representa con paréntesis.</p> <p><b>Ejemplo:</b> el intervalo <math>(2, 3)</math></p> <p>Contiene todos los números que hay entre 2 y 3 sin incluir estos, es decir: <math>2 &lt; x &lt; 3</math></p> 
<p><b>Intervalo abierto por la derecha:</b> el extremo de la derecha no pertenece al intervalo.</p> <p><b>Ejemplo:</b> el intervalo <math>[2, 3)</math></p> <p>Contiene todos los números que hay entre 2 y 3 sin incluir el 3, es decir: <math>2 \leq x &lt; 3</math></p> 	<p><b>Intervalo abierto por la izquierda:</b> el extremo de la izquierda no pertenece al intervalo.</p> <p><b>Ejemplo:</b> el intervalo <math>(2, 3]</math></p> <p>Contiene todos los números que hay entre 2 y 3 sin incluir el 2, es decir: <math>2 &lt; x \leq 3</math></p> 

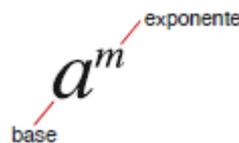
Una **semirrecta** es una parte de la recta real que contiene todos los números mayores o menores que uno dado.

Ejemplo: El conjunto que contiene todos los números mayores que 1, incluido este, es decir:  $x \geq 1$ , se representa mediante el intervalo  $[1, +\infty)$  que, dibujado es:



### 4. POTENCIAS DE NÚMEROS ENTEROS.

Una **potencia** es la forma abreviada de escribir una multiplicación cuando todos los factores son iguales. Una potencia consta de dos elementos: la **base**, que es el factor que se repite, y el **exponente**, que indica el número de veces que se repite.



El *exponente* es el **grado de la potencia**. La potencia de primer grado es el mismo número. Si el exponente es dos o tres (segundo y tercer grado) el nombre específico es de cuadrado y cubo respectivamente. Las demás potencias se llaman de grado cinco, seis, siete, etc.

Ejemplos: a)  $6^4 = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1296$  ; b)  $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$  ;  $3^0 = 1$

### Propiedades

- Toda potencia de base 1 es igual a 1:  $1^n = 1$ .
- Toda potencia de base cero es igual a cero:  $0^n = 0$ .
- Toda potencia de exponente 1 es igual a la base:  $a^1 = a$ .
- Toda potencia de exponente cero es igual a 1:  $a^0 = 1$ .

#### 4.1. POTENCIAS CON BASE UN NÚMERO ENTERO NEGATIVO.

En las **potencias de base negativa**, multiplicamos la base por sí misma tantas veces como indique el exponente aplicando la regla de los signos.

Ejemplo:  $(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$

- Si el **exponente es par**, la potencia siempre es positiva.

Ejemplo:  $(-2)^{10} = 2^{10} = 1024$

- Si el **exponente es impar**, la potencia siempre es negativa.

Ejemplo:  $(-2)^9 = -(2^9) = -512$

#### 4.2. POTENCIAS CON EXPONENTE NEGATIVO.

Una **potencia de exponente negativo** equivale a una fracción cuyo numerador es 1 y cuyo denominador es la potencia con exponente positivo.

$$a^{-m} = \left(\frac{1}{a}\right)^m = \frac{1}{a^m}$$

Ejemplo:  $(3)^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

#### 4.3. OPERACIONES CON POTENCIAS DE NÚMEROS ENTEROS.

- Multiplicación de potencias con la misma base.**

Para multiplicar potencias de la misma base se deja la base y se suman los exponentes.

$$(a)^m \cdot (a)^n = (a)^{m+n}$$

Ejemplos: a)  $5^4 \cdot 5^2 = 5^{4+2} = 5^6$  ; b)  $(-3)^3 \cdot (-3) \cdot (-3)^2 = (-3)^{3+1+2} = (-3)^6$

- División de potencias con la misma base.**

Para dividir potencias de la misma base se deja la base y se restan los exponentes.

$$(a)^m : (a)^n = (a)^{m-n}$$

Ejemplos: a)  $7^7 : 7^3 = 7^{7-3} = 7^4$  ; b)  $(-3)^{-5} / (-3)^7 = (-3)^{-12}$  ; c)  $(-2)^3 / (-2)^{-2} = (-2)^5$

- **Multiplicación y división de potencias con el mismo exponente.**

Para multiplicar o dividir dos potencias que tengan el mismo exponente, se multiplican o se dividen las bases y se deja el exponente común.

$$\text{Multiplicación: } (\mathbf{a})^m \cdot (\mathbf{b})^m = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})^m ; \text{ División: } (\mathbf{a})^m : (\mathbf{b})^m = (\mathbf{a} : \mathbf{b})^m$$

Ejemplos: a)  $9^4 \cdot 2^4 \cdot 3^4 = (9 \cdot 2 \cdot 3)^4 = 54^4$ ; b)  $24^5 : 6^5 = (24 : 6)^5 = 4^5$

- **Potencia de otra potencia.**

Para elevar una potencia a otra potencia se deja la misma base y se eleva al producto de los exponentes.

$$(\mathbf{a}^m)^n = \mathbf{a}^{m \cdot n}$$

Ejemplos: a)  $(7^3)^2 = 7^{3 \cdot 2} = 7^6$  ; b)  $(-5^4)^{-3} = (-5)^{4 \cdot (-3)} = (-5)^{-12}$  ; c)  $[(-3)^4]^3 = (-3)^{12}$

## 5. POTENCIAS DE BASE RACIONAL Y EXPONENTE NATURAL.

Las potencias de números racionales se calculan de forma similar que en los números naturales y enteros.

Por tanto,  $\left(\frac{a}{b}\right)^n$  es lo mismo que multiplicar  $\left(\frac{a}{b}\right)$   $n$  veces

Para **elevar una fracción a una potencia** se elevan a dicha potencia el numerador y denominador de la fracción.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Ejemplo:  $\left(\frac{2}{9}\right)^4 = \frac{2^4}{9^4}$

### Propiedades

- Cualquier número radical elevado a cero es igual a la unidad.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$$

- Cualquier número radical elevado a 1, es igual al mismo número.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^1 = \frac{a}{b}$$

- Potencia de un número racional con exponente negativo.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

- Para elevar un producto a una potencia se eleva cada factor a dicha potencia.

$$\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{7}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^3$$

### 5.1. OPERACIONES CON POTENCIAS DE NÚMEROS RACIONALES.

- **Multiplicación de potencias con la misma base.**

Para multiplicar potencias de la misma base, se deja la misma base y se suman los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}$$

Ejemplos: a)  $\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \left(\frac{3}{5}\right)^5$  ; b)  $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \left(-\frac{2}{3}\right)^6$

▪ **División de potencias con la misma base.**

Para dividir potencias de la misma base, se deja la misma base y se restan los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n-m}$$

Ejemplos: a)  $\left(\frac{3}{8}\right)^8 : \left(\frac{3}{8}\right)^5 = \left(\frac{3}{8}\right)^3$  ; b)  $\left(-\frac{3}{5}\right)^7 : \left(-\frac{3}{5}\right)^3 = \left(-\frac{3}{5}\right)^4$

▪ **Potencia de otra potencia.**

Para elevar una potencia a otra potencia, se deja la misma base y se multiplican los exponentes.

$$\left[\left(\frac{a}{b}\right)^n\right]^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n \cdot m}$$

Ejemplo:  $\left[\left(\frac{4}{5}\right)^2\right]^5 = \left(\frac{4}{5}\right)^{2 \cdot 5} = \left(\frac{4}{5}\right)^{10}$

## 6. LA NOTACIÓN CIENTÍFICA.

A veces tenemos que expresar cantidades muy grandes (54800000000000000) o muy pequeñas (0,000000000254). Estos números son muy incómodos de escribir, leer e interpretar en su expresión decimal. Para trabajar con estos números se utiliza la **notación científica**.

Un número escrito en notación científica está formado por el producto de:

- Un número decimal comprendido entre 1 y 10.
- Una potencia de base 10 y exponente un número entero.

En campos científicos como la astronomía o la microbiología se utiliza este tipo de notación.

Ejemplos:

- a) El número 0,00000023 en notación científica se escribe  $2,3 \cdot 10^{-8}$ .
- b) El tamaño del virus de la gripe es de 0,000000022 metros, en notación científica  $2,2 \cdot 10^{-9}$ m

Utilización de calculadora para la notación científica

Cuando la calculadora obtiene un resultado con más cifras de las que caben en su pantalla, recurre a la notación científica.

Ejemplos:

- a)  $123000000 \cdot 45000 = 5.535^{12}$  que significa  $5,535 \cdot 10^{12}$
- b)  $0,000123 : 50000 = 2.46^{-9}$  que significa  $2,46 \cdot 10^{-9}$

Para escribir en la calculadora  $5,74 \cdot 10^9$  hacemos: 5.74 EXP 9

Para poner  $2,95 \cdot 10^{-13}$  hacemos: 2.95 EXP 13 +/-

## RESUMEN DEL TEMA 1

### 1. NÚMEROS NATURALES, ENTEROS Y RACIONALES

A los números que utilizamos para contar la cantidad de elementos de un conjunto no vacío se les denomina **números naturales**.

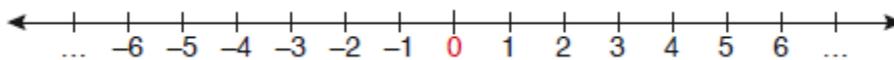
Designamos con **N** al conjunto de dichos números.

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

Los **números enteros** son los mismos números naturales poniéndoles delante los signos (+) o (-) y los llamamos *positivos* y *negativos* respectivamente. El número cero también es un entero que no se considera ni positivo ni negativo.

Al conjunto de los **números enteros** lo denominamos **Z**.

$$Z = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$



Los *naturales* están incluidos en el conjunto de los *números enteros*, es decir:

$$N \subset Z. \text{ (Se lee N está incluido en Z)}$$

La gran diferencia entre los números enteros y los naturales es que los números enteros tienen *opuesto*. El **opuesto** de un número entero es el mismo número cambiado de signo.

El **valor absoluto** de un número entero es la distancia de ese número al cero, y se indica poniendo el número entre dos barras. Ejemplo: el valor absoluto del +5 se expresa como  $|+5| = 5$ . El valor absoluto del -3 se escribe  $|-3| = 3$ .

Llamamos **número racional** a todo número que se puede expresar como una fracción  $n/m$  donde  $n$  y  $m$  son enteros y  $m \neq 0$ .

Al conjunto de los **números racionales** lo denominamos **Q**. Todo *número entero* es *racional*, pero la afirmación recíproca es falsa. Es decir  $Z \subset Q$ .

Un *número racional* se puede expresar como **fracción** y también puede expresarse como número **decimal exacto** o **periódico**.

#### 1.1. OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS.

Para poder operar con *números enteros* debemos conocer la *jerarquía de las operaciones* y la *regla de los signos*.

Jerarquía de las operaciones	Regla de los signos para la DIVISIÓN	Regla de los signos para la MULTIPLICACIÓN
	$(+) : (+) = (+)$	$(+) \cdot (+) = (+)$
	$(-) : (-) = (+)$	$(-) \cdot (-) = (+)$
	$(-) : (+) = (-)$	$(-) \cdot (+) = (-)$
	$(+) : (-) = (-)$	$(+) \cdot (-) = (-)$

El **opuesto** de un número entero es el mismo número cambiado de signo.

El **valor absoluto** de un número entero es la distancia de ese número al cero, y se indica poniendo el número entre dos barras. Ejemplos:  $|+5| = 5$ ;  $|-3| = 3$ .

## 1.2. OPERACIONES CON FRACCIONES.

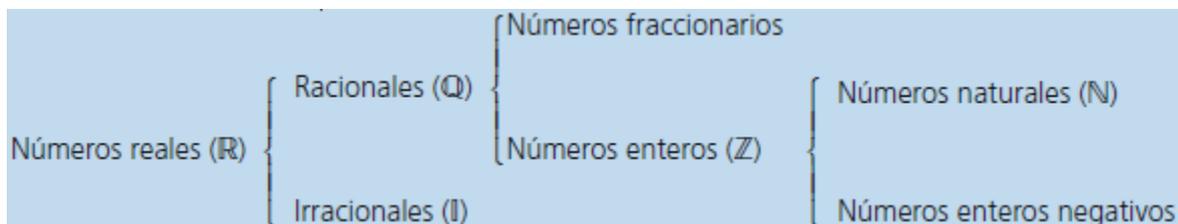
Para poder operar con fracciones debemos saber calcular el **m.c.m** y el **m.c.d** de varios números. Dos **fracciones son equivalentes** si representan la misma cantidad. Para obtener fracciones equivalentes a una dada basta multiplicar o dividir el numerador y el denominador de la fracción dada por un mismo número. Para comprobar si dos fracciones son equivalentes basta multiplicar en cruz o hacer la división. Si ambas operaciones dan el mismo resultado, son equivalentes. Las *fracciones* están relacionadas con los *números decimales* de forma que si el número decimal es **exacto** o **periódico** puede calcularse su **fracción generatriz**, en caso contrario, se dice que el número decimal es **irracional** y no tiene *fracción generatriz*.

## 2. LOS NÚMEROS IRRACIONALES.

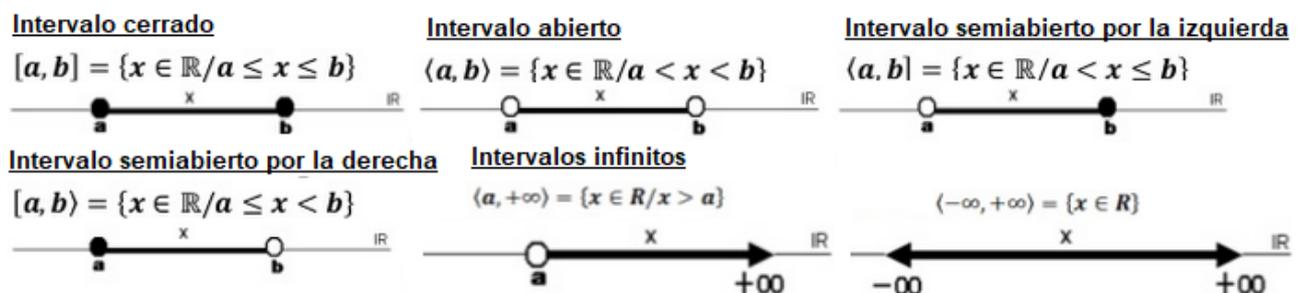
A los números que no se los puede expresar en forma de fracción, se los denomina **números irracionales**. Es decir, expresado en forma decimal no es exacto, ni periódico. Las cifras decimales no se repiten. Al **conjunto de los números irracionales** se les denomina **I**.

## 3. LOS NÚMEROS REALES.

Los **números reales** están formados por los **números racionales** y los **irracionales**, y se representan en la **recta real**.



Un **intervalo** es una parte de la *recta real* que contiene todos los números comprendidos entre dos números llamados **extremos del intervalo**. Existen varios tipos de *intervalos*.



## 4. POTENCIAS.

### 4.1. POTENCIAS DE NÚMEROS ENTEROS.

Las propiedades de las *potencias* nos permiten manejar **potencias de números enteros** y **racionales**, así como escribir números en **notación científica**.

#### 4.1.1. OPERACIONES CON POTENCIAS DE NÚMEROS ENTEROS

Multiplicación y división de potencias con la misma base (entera)

$$(a)^m \cdot (a)^n = (a)^{m+n} ; (a)^m : (a)^n = (a)^{m-n}$$

Potencia de otra potencia

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Potencias con el mismo exponente

$$(a)^m \cdot (b)^m = (a \cdot b)^m ; (a)^m : (b)^m = (a : b)^m$$

#### 4.2. POTENCIAS DE BASE RACIONAL Y EXPONENTE NATURAL O ENTERO.

Potencias con exponente negativo

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Potencias con base racional

$$\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$$

#### 4.2.1. OPERACIONES CON POTENCIAS DE NÚMEROS RACIONALES

Multiplicación y división de potencias con la misma base (racional)

$$\left(\frac{a}{b}\right)^c \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^d = \left(\frac{a}{b}\right)^{c+d}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^c : \left(\frac{a}{b}\right)^d = \left(\frac{a}{b}\right)^{c-d}$$

Potencia de otra potencia

$$\left[\left(\frac{a}{b}\right)^n\right]^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n \cdot m}$$

Potencia de un producto

$$\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n$$

#### 5. NOTACIÓN CIENTÍFICA.

La **notación científica** es una forma de escribir números muy grandes o muy pequeños y hacer cálculos con ellos.

Un número escrito en *notación científica* está formado por el producto de: un *número decimal* comprendido entre 1 y 10 y una *potencia de base 10* y *exponente un número entero*.

Por ejemplo, 650000000 puede escribirse en notación científica como  $6,5 \cdot 10^8$ .

**ACTIVIDADES DEL TEMA 1: "NÚMEROS RACIONALES E IRRACIONALES. NOTACIÓN CIENTÍFICA".**

1. Realiza las siguientes operaciones siguiendo la jerarquía de las operaciones:

a)  $22 - [5 \cdot 3 - 4 \cdot (8 - 3)] - 6 \cdot 4$     b)  $3 \cdot 4 - 15 : [12 + 4 \cdot (2 - 7) + 5]$

c)  $3 \cdot [(+4) + (-6)] - (-2) \cdot [8 - (+4)]$     d)  $6 + (3 - 5 + 4) \cdot 2 - 3 \cdot (6 - 9 + 8)$

2. Dadas las siguientes fracciones, obtén fracciones equivalentes a ellas que tengan por denominador 24.

$$\frac{1}{3}, \frac{3}{8}, \frac{5}{12}$$

3. Compruebe si las siguientes fracciones son equivalentes.

$$\frac{2}{3} \text{ y } \frac{3}{4}; \frac{4}{9} \text{ y } \frac{8}{18}; \frac{2}{5} \text{ y } \frac{4}{10}$$

4. Halla las fracciones irreducibles de:

$$\frac{8}{32}, \frac{50}{30}, \frac{81}{243}, \frac{45}{75}$$

5. Ordena de mayor a menor las siguientes fracciones.

$$\frac{8}{20}, \frac{3}{16}, \frac{-5}{8}, \frac{-12}{10}$$

6. En un test, Ángel acertó 10 de cada 12 preguntas y Pablo, 7 de cada 9. ¿Quién acertó más?

7. Resuelve y simplifica.

a)  $\frac{1}{2} - \frac{3}{4} + 2 =$     b)  $\frac{9}{20} - \left(\frac{-6}{25}\right) =$

8. Resuelve y simplifica:

a)  $-4 \cdot \left(2 - \frac{3}{5}\right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{2} - 2\right) =$

b)  $-\frac{1}{6} \cdot \left(-\frac{10}{7}\right) + \left(-\frac{1}{6}\right) \cdot \frac{12}{5} =$

9. Calcula y simplifica el resultado:

a)  $\frac{3}{8} \cdot \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{2}\right) - \frac{4}{11} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5}\right)$     b)  $\frac{5}{9} - \left(-\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) + \frac{10}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right)^2$

10. Si la capacidad de un cine es de 600 espectadores y un sábado están ocupados los tres quintos de las butacas, ¿cuántas personas hay en el cine?

11. Si tengo 5,25 litros de agua:

a) ¿Cuántas botellas de 0,75 litros puedo llenar?

b) ¿Y cuántas de 0,375 litros?

12. En un aula, los  $\frac{7}{8}$  del total del alumnado resolvió un problema. De ellos,  $\frac{3}{5}$  eran mujeres. ¿Qué fracción del total del alumnado expresa el número de mujeres que resolvió el

problema? Si eran en total 40 alumnos y alumnas, ¿cuántos alumnos o alumnas lo resolvieron? ¿Cuántos de ellos eran mujeres?

13. De todas mis vacaciones de verano,  $\frac{2}{3}$  las paso en mi pueblo. Una vez allí,  $\frac{1}{5}$  del tiempo estoy en la piscina.

a) ¿Qué fracción de mis vacaciones estoy en la piscina?

b) Si tengo 90 días de vacaciones, ¿cuántos días paso en la piscina?

14. Clasifica los siguientes números en racionales o irracionales.

a)  $\frac{3}{5}$    b) 0,75   c)  $\sqrt{7}$    d) -4   e) 632   f) 0,14 144 1114...

15. Representar en una recta real estos números racionales.

a)  $\frac{3}{5}$    b)  $-\frac{1}{3}$    c)  $\frac{12}{5}$    d)  $\frac{9}{7}$

16. Dibuja los siguientes intervalos en la recta real:

a)  $(1, \infty)$    b)  $[1, \infty)$    c)  $(-\infty, 3]$    d)  $(-\infty, -3]$

17. Expresa estas operaciones como una sola potencia.

a)  $2^3 \cdot 2^6$    d)  $7^9 : 7^{-2}$

b)  $3^{-2} \cdot 3^5$    e)  $4^2 \cdot 4^9 : 4^5$

c)  $(7^4)^{-3}$    f)  $9^2 \cdot 3^3$

18. Expresa en forma de potencia única estas potencias y obtén el resultado.

a)  $2^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 7^{-2}$    b)  $3^4 \cdot 6^4 : 18^{-3}$

c)  $35^3 : 5^3 : 7^{-3}$    d)  $8^2 : 2^2 : 4^{-2}$

19. Calcula el resultado expresándolo en forma de potencia.

a)  $\frac{16 \cdot 2^{-3}}{4^2}$    c)  $(5^3 \cdot 2^3)^2$

b)  $2^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 5^{-2}$    d)  $27^3 : 3^7 : 9^{-1}$

20. Opera y expresa el resultado como una única potencia:

a)  $\left(\frac{3}{5}\right)^4 : \left(\frac{5}{3}\right)^3$    b)  $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 \cdot 3^3$

21. Opera y expresa el resultado como una única potencia:

a)  $\left(\frac{7}{8}\right)^4 \cdot \left[\left(-\frac{7}{8}\right)^3\right]^2 : \frac{8}{7}$    b)  $\left[\left(\frac{9}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)\right]^{-6} : \left(-\frac{4}{9}\right)^{-5}$    c)  $\left(\frac{-2}{3}\right)^{-4} : \left[\left(\frac{3}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}\right]$

## **SOLUCIONES:**

### **1. Soluciones:**

a) +3 ; b) +17 ; c) +2 ; d) - 5

### **2. Soluciones:**

$$\frac{8}{24} , \frac{9}{24} , \frac{10}{24}$$

### **3. Soluciones:**

$$\frac{2}{3} \neq \frac{3}{4} \text{ ya que } 2 \cdot 4 \neq 3 \cdot 3; \frac{4}{9} = \frac{8}{18} \text{ ya que } 4 \cdot 18 = 9 \cdot 8; \frac{2}{5} = \frac{4}{10} \text{ ya que } 2 \cdot 10 = 5 \cdot 4$$

### **4. Soluciones:**

$$\frac{8}{32} = \frac{1}{4} ; \frac{50}{30} = \frac{5}{3} ; \frac{81}{243} = \frac{1}{3} ; \frac{45}{75} = \frac{3}{5}$$

### **5. Soluciones:**

$$\frac{8}{20} = \frac{32}{80}, \frac{3}{16} = \frac{15}{80}, \frac{-5}{8} = \frac{-50}{80}, \frac{-12}{10} = \frac{-96}{80}$$

$$\frac{-96}{80} < \frac{-50}{80} < \frac{15}{80} < \frac{32}{80} \Rightarrow \frac{-12}{10} < \frac{-5}{8} < \frac{3}{16} < \frac{8}{20}$$

### **6. Solución:**

Ángel respondió más preguntas que Pablo.

### **7. Soluciones:**

$$\text{a) } \frac{7}{4} ; \text{b) } \frac{69}{100}$$

### **8. Soluciones:**

$$\text{a) } -4 \cdot \left(2 - \frac{3}{5}\right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{2} - 2\right) = -4 \cdot \left(\frac{10-3}{5}\right) + 2 \cdot \left(\frac{-3}{2}\right) = -4 \cdot \frac{7}{5} - 3 = \frac{-28-15}{5} = \frac{-43}{5}$$

$$\text{b) } \frac{-17}{105}$$

### **9. Soluciones:**

$$\text{a) } \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{2}\right) - \frac{4}{11} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5}\right) = \frac{3}{8} \cdot \frac{10-3}{6} - \frac{4}{11} \cdot \frac{15-4}{20} = \frac{21}{48} - \frac{44}{220} = \frac{1155-528}{2640} = \frac{627}{2640} = \frac{209}{880}$$

$$\text{b) } \frac{5}{9} - \left(-\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) + \frac{10}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right)^2 = \frac{5}{9} + \frac{1}{4} + \frac{10}{3} \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^2 = \frac{5}{9} + \frac{1}{4} + \frac{3}{10} = \frac{100+45+54}{180} = \frac{199}{180}$$

### **10. Soluciones:**

360 personas.

### **11. Soluciones:**

a) 7 botellas; b) 14 botellas.

### **12. Soluciones:**

Los  $\frac{3}{5}$  de  $\frac{7}{8} = \frac{21}{40}$ , sería la fracción del total;  $\frac{7}{8} \cdot 40 = 35$  son los que aprobaron;  $\frac{3}{5} \cdot 35 = 21$  eran mujeres.

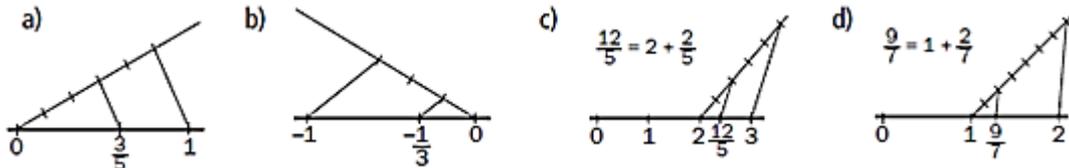
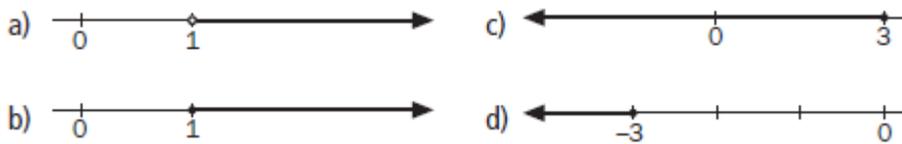
**13. Soluciones:**

a) La fracción de tiempo que paso en la piscina es:  $\frac{1}{5}$  de  $\frac{2}{3} = \frac{2}{15}$ .

b) El número de días que estoy en la piscina es:  $\frac{2}{15}$  de  $90 = \frac{180}{15} = 12$  días.

**14. Soluciones:**

a) Racional; b) Racional; c) Irracional; d) Racional; d) Racional; e) Irracional

**15. Soluciones:****16. Soluciones:****17. Soluciones:**

a)  $2^{3+6} = 2^9$

d)  $7^{9-(-2)} = 7^{11}$

b)  $3^{-2+5} = 3^3$

e)  $4^{2+9-5} = 4^6$

c)  $7^{4 \cdot (-3)} = 7^{-12}$

f)  $3^{2 \cdot 2} \cdot 3^3 = 3^{4+3} = 3^7$

**18. Soluciones:**

a)  $(2 \cdot 3 \cdot 7)^2 = 42^2 = 0,000566$ .

b)  $(3 \cdot 6)^4 : 18^{-3} = 18^4 : 18^{-3} = 18^7 = 612220032$ .

c)  $(35 : 5)^3 : 7^{-3} = 7^3 : 7^{-3} = 7^6$ .

d)  $(8 : 2)^2 : 4^{-2} = 4^2 : 4^{-2} = 4^4 = 256$ .

**19. Soluciones:**

a)  $\frac{16 \cdot 2^{-3}}{4^2} = \frac{2^4 \cdot 2^{-3}}{(2^2)^2} = 2^{-3}$

b)  $2^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 5^{-2} = (2 \cdot 3 \cdot 5)^{-2} = 30^{-2}$

c)  $(5^3 \cdot 2^3)^2 = (10^3)^2 = 10^6$

d)  $27^3 : 3^7 : 9^{-1} = (3^3)^3 : 3^7 : (3^2)^{-1} = 3^9 : 3^7 : 3^{-2} = 3^4$

**20. Soluciones:**

a)  $\left(\frac{3}{5}\right)^4 : \left(\frac{5}{3}\right)^3 = \frac{3^4 \cdot 3^3}{5^4 \cdot 5^3} = \left(\frac{3}{5}\right)^7$

b)  $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 \cdot 3^3 = \frac{-1}{3^3} \cdot 3^3 = -1$

**21. Soluciones:**

$$\text{a) } \left(\frac{7}{8}\right)^4 \cdot \left[\left(-\frac{7}{8}\right)^3\right]^2 : \frac{8}{7} = \left(\frac{7}{8}\right)^4 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^6 : \left(\frac{7}{8}\right)^{-1} = \left(\frac{7}{8}\right)^{11}$$

$$\text{b) } \left[\left(\frac{9}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{-6}\right] : \left(-\frac{4}{9}\right)^{-5} = \left[\left(\frac{4}{9}\right)^2 \cdot \frac{4}{9}\right]^{-6} : \left[-\left(\frac{4}{9}\right)^{-5}\right] = \left(\frac{4}{9}\right)^{-18} : \left[-\left(\frac{4}{9}\right)^{-5}\right] = -\left(\frac{4}{9}\right)^{-13}$$

$$\text{c) } \left(\frac{-2}{3}\right)^{-4} : \left[\left(\frac{3}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}\right] = \left(\frac{3}{2}\right)^4 : \left[\left(\frac{3}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)\right] = \left(\frac{3}{2}\right)^4 : \left(\frac{3}{2}\right)^7 = \left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$$

# UNIDAD DE APRENDIZAJE Nº 7: IRRACIONALIDAD DEL NÚMERO. ESTUDIO DE LA PROPORCIÓN COMO FUNCIÓN. REPRESENTACIÓN DE SISTEMAS EN EL PLANO Y EL ESPACIO.

## TEMA 2. LA PROPORCIONALIDAD SU REPRESENTACIÓN GRÁFICA Y SUS APLICACIONES.

### 1. PROPORCIONALIDAD DIRECTA E INVERSA. REGLA DE TRES.

#### 1.1. PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y REGLA DE TRES.

Dos magnitudes son **directamente proporcionales** cuando el cociente de las cantidades correspondientes es constante. A este cociente se le llama **constante o razón de proporcionalidad directa**.

Si dos magnitudes son directamente proporcionales, al aumentar una la otra también aumenta en la misma proporción, y si una disminuye, la otra también disminuye (siempre en la misma proporción).

Para resolver problemas en los que aparezcan dos magnitudes directamente proporcionales, basta con aplicar una **regla de tres directa**.

Ejemplo:

El consumo de un coche es de 4 L de gasolina a los 100 km.

- Estudia la relación entre las magnitudes «consumo» y «distancia recorrida» y calcula la constante de proporcionalidad.
- ¿Cuántos kilómetros podrá recorrer con 100 L?

<b>Distancia</b>	100 km	200 km	300 km	...	x
<b>Consumo</b>	4 L	8 L	12 L	...	100 L

- El cociente entre las distancias y los consumos es constante, puesto que:  
 $100/4 = 200/8 = 300/12 = 25$  y por tanto, las magnitudes son directamente proporcionales. La *constante de proporcionalidad directa* es 25.
- Para calcular cuántos kilómetros podrá recorrer con 100 L utilizamos una regla de tres directa:

$$\left. \begin{array}{l} 100 \text{ km} \longrightarrow 4 \text{ L} \\ x \longrightarrow 100 \text{ L} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{100}{x} = \frac{4}{100} \Rightarrow x = \frac{100 \cdot 100}{4} = 2500 \text{ km}$$

#### 1.2. PROPORCIONALIDAD INVERSA Y REGLA DE TRES.

Dos magnitudes son **inversamente proporcionales** cuando el producto de las cantidades correspondientes es constante. A este producto se le llama **constante de proporcionalidad inversa**.

Si dos magnitudes son inversamente proporcionales, al aumentar una, la otra disminuye en la misma proporción, y viceversa (siempre en la misma proporción).

#### La regla de tres directa

$$\left. \begin{array}{l} \text{Magnitud 1} \quad \text{Magnitud 2} \\ \text{Cantidad: } a \longrightarrow \text{Cantidad: } c \\ \text{Cantidad: } b \longrightarrow \text{Cantidad: } x \end{array} \right\} \Rightarrow$$

Escribimos la relación de proporcionalidad directa:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \Rightarrow x = \frac{b \cdot c}{a}$$

#### La regla de tres inversa

$$\left. \begin{array}{l} \text{Magnitud 1} \quad \text{Magnitud 2} \\ \text{Cantidad: } a \longrightarrow \text{Cantidad: } c \\ \text{Cantidad: } b \longrightarrow \text{Cantidad: } x \end{array} \right\} \Rightarrow$$

Escribimos la relación de proporcionalidad invirtiendo la primera razón:

$$\frac{b}{a} = \frac{c}{x} \Rightarrow x = \frac{a \cdot c}{b}$$

Para resolver problemas en que aparezcan dos magnitudes inversamente proporcionales, basta con aplicar una **regla de tres inversa**.

Ejemplo:

Para construir un edificio se necesitan 10 obreros trabajando durante 200 días. Si trabajaran 40 obreros terminarían en 50 días.

- Señala cuáles son las magnitudes estudiadas y explica la relación que hay entre ellas.
- ¿Cuántos obreros necesitaríamos si queremos construirlo en 25 días?

<b>Número de días</b>	200	50	...	25
<b>Número de obreros</b>	10	40	...	x

- Las magnitudes estudiadas son el número de días y el número de obreros. El producto entre las cantidades es constante, puesto que:  $200 \cdot 10 = 50 \cdot 40 = 2000$  y, por tanto, las magnitudes son inversamente proporcionales.
- Para saber cuántos obreros se necesitan para construirlo en 25 días, utilizamos una regla de tres inversa:

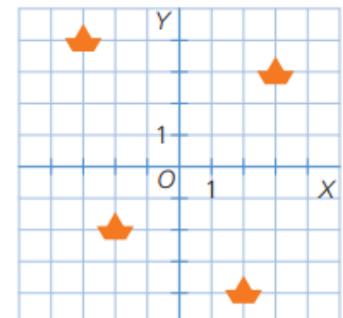
$$\left. \begin{array}{l} 200 \text{ obreros} \longrightarrow 10 \text{ días} \\ x \longrightarrow 25 \text{ días} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{200}{x} = \frac{25}{10} \Rightarrow x = \frac{200 \cdot 10}{25} = 80 \text{ obreros}$$

## 2. REPRESENTACIÓN DE MAGNITUDES EN EL PLANO.

Manuel y María están jugando a los barquitos. La cuadrícula que utilizan es un *sistema de coordenadas* con números positivos y negativos, y los barquitos representan puntos en el plano.

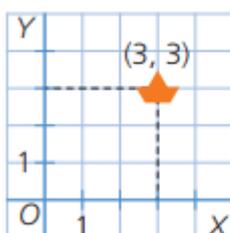
El **sistema de coordenadas** está formado por dos rectas numéricas perpendiculares:

- La horizontal es el **eje de abscisas** o **eje X**.
- La vertical es el **eje de ordenadas** o **eje Y**.

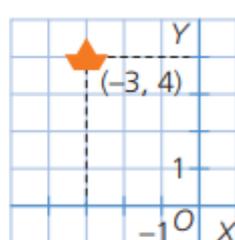


El punto de corte de ambas rectas, punto O, es el **origen de coordenadas**.

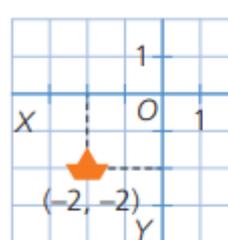
Para indicar la posición de los barquitos que tiene Manuel, utilizamos un par ordenado de números, **x** e **y**, llamados **coordenadas**.



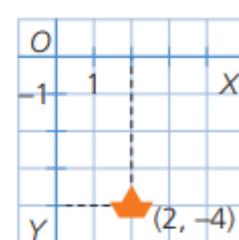
Eje X positivo  
Eje Y positivo



Eje X negativo  
Eje Y positivo



Eje X negativo  
Eje Y negativo



Eje X positivo  
Eje Y negativo

Un **punto** en el plano se representa por **dos coordenadas**: la primera sobre el eje X y la segunda sobre el eje Y. El eje X y el eje Y son los llamados **ejes de coordenadas**.

### 2.1. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE RELACIONES DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA.

Hay muchas relaciones entre magnitudes en el ámbito científico que expresan una relación de *proporcionalidad directa o inversa*. Lo mismo sucede en determinadas situaciones de nuestra vida cotidiana.

Tomemos como ejemplo la siguiente tabla:

<b>BOLSAS DE PALOMITAS</b>	1	2	3	4	5	6
<b>IMPORTE (€)</b>	2	4	6	8	10	12

Se puede ver que el número de bolsas de palomitas y el dinero que cuestan son *magnitudes directamente proporcionales*, ya que al comprar el doble de bolsas se duplicará el coste.

La *constante de proporcionalidad* es:  $r = 2/1 = 4/2 = 6/3 = \dots = 2$ .

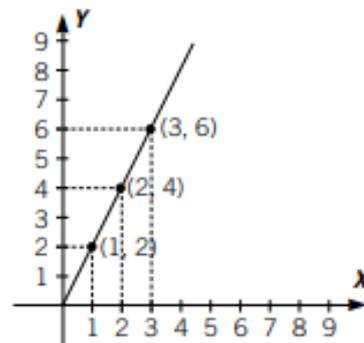
Si dividimos el *importe en euros* entre el *número de bolsas de palomitas*, el resultado es siempre 2. Entonces, podemos expresar la relación entre las dos magnitudes de la siguiente forma:

$$\frac{y}{x} = 2 \rightarrow y = 2 \cdot x, \text{ donde } y \text{ es el importe y } x \text{ el número de bolsas de palomitas}$$

De esta forma, hemos expresado una *relación de proporcionalidad directa* mediante una **expresión algebraica**.

La **representación gráfica** de esta *relación de proporcionalidad* es una recta que pasa por el origen de coordenadas y tiene por pendiente  $r = 2$ .

Para representarla hay que señalar en unos *ejes de coordenadas* los puntos (1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)... y unirlos mediante una recta.



En general, si entre dos magnitudes  $x$  e  $y$  existe una *relación de proporcionalidad directa* y  $r$  es la *razón de proporcionalidad* entre ellas, podemos expresar esa relación mediante la siguiente expresión algebraica:

$$y = r \cdot x$$

donde  $r$  es la pendiente de la recta.

La gráfica asociada a una *relación de proporcionalidad directa* es una **semirrecta con extremo en el origen de coordenadas**, cuya **pendiente** coincide con la **razón de proporcionalidad**.

Cuando estudiemos este tipo de relaciones en unidades posteriores, las llamaremos **funciones lineales o de proporcionalidad directa**. Su gráfica es una recta que pasa por el origen de coordenadas. En este tema que nos ocupa consideraremos sólo la semirrecta, ya que nos limitamos a valores positivos.

### 3. PORCENTAJES EN LA VIDA DIARIA Y EN LA ECONOMÍA.

Un **porcentaje** representa una parte del total. El símbolo para expresar un *porcentaje* es %.

El **tanto por ciento o porcentaje (%)** de una cantidad se calcula multiplicando dicha *cantidad* por el *tanto por ciento* y dividiendo el resultado por 100.

Al calcular un *porcentaje*, siempre aparecen tres cantidades relacionadas de esta forma:

$$\text{Total} \cdot \text{Porcentaje} = \text{Parte}$$

Ejemplo: Si queremos calcular el 21 % de I.V.A. de 35€, haremos lo siguiente:

$$\text{I.V.A.} = (21 \cdot 35) / 100 = 7,35\text{€}$$

Un *porcentaje* o *tanto por ciento* también se puede expresar como una **razón** o como un **número decimal**. Por ejemplo, 18% → 18 / 100 → 0,18.

Ejemplo: En una clase de 32 alumnos, 8 tienen los ojos azules. Si se mantiene la proporción, ¿cuántos tendrán los ojos azules en un grupo de 100 alumnos?

Como forman una proporción, igualamos las razones:

$$\frac{8}{32} = \frac{x}{100} \rightarrow x = \frac{8 \cdot 100}{32} = 25$$

Habrán 25 alumnos de cada 100 con los ojos azules. Decimos que el 25 % de los alumnos tendrá los ojos azules.

Porcentaje	Razón	N.º decimal	Significado
25 %	$\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$	0,25	25 alumnos de cada 100 tienen los ojos azules.

Una *relación de proporcionalidad directa* puede expresarse como *porcentaje* o *tanto por cien* donde el denominador es 100, o bien como *tanto por uno* donde el denominador es 1, o como *tanto por mil* donde el denominador es 1000.

### 3.1. AUMENTOS Y DISMINUCIONES PORCENTUALES.

#### Aumentos porcentuales

Para calcular un **aumento porcentual**, se suma al 100 % el porcentaje que se aumenta y se halla el porcentaje resultante. En este caso es mejor expresar el porcentaje mediante un número decimal.

Para calcular un **aumento porcentual** de un  $r$  % sobre una cantidad  $C$  basta aplicar la siguiente fórmula:

$$C \cdot \left( \frac{100 + r}{100} \right)$$

También se puede resolver calculando primero el incremento de la cantidad  $C$  mediante una *regla de tres directa*, y sumando después dicho incremento a la cantidad  $C$  inicial.

Ejemplo: Un libro costaba hace dos meses 18€, si su precio ha aumentado un 12%, ¿cuánto cuesta ahora?

a) Precio actual =  $18 \cdot \left( \frac{100+12}{100} \right) = 20,16\text{€}$

b)  $\left. \begin{array}{l} 100 \text{ ----- } 18 \\ 12 \text{ ----- } x \end{array} \right\} \rightarrow x = (18 \cdot 12) / 100 = 2,16\text{€}$

En consecuencia, el precio del libro ha aumentado 2,16€, luego ahora cuesta 18 + 2,16 = 20,16€

#### Disminuciones porcentuales

Para calcular una **disminución porcentual**, se resta al 100 % el porcentaje que se disminuye y se halla el porcentaje resultante.

Para calcular una **disminución porcentual** de un  $r$  % sobre una cantidad  $C$  basta aplicar la siguiente fórmula:

$$C \cdot \left( \frac{100 - r}{100} \right)$$

También se puede resolver calculando primero el decrecimiento de la cantidad  $C$  mediante una *regla de tres directa*, y restando después dicho decrecimiento a la cantidad  $C$  inicial.

Ejemplo: Un traje valía 252€, y se rebaja un 25%, ¿cuánto vale ahora?

a) Precio actual =  $252 \cdot \left( \frac{100-25}{100} \right) = 189€$

b) 
$$\left. \begin{array}{l} 100 \text{ -----} 252 \\ 25 \text{ -----} x \end{array} \right\} \rightarrow x = (252 \cdot 25) / 100 = 63€$$

En consecuencia, el precio del traje ha disminuido 63€, luego ahora cuesta  $252 - 63 = 189€$ .

### 3.2. EL INTERÉS SIMPLE.

El **interés** es el precio que se paga o se cobra por usar o ceder un capital. Una misma persona puede pagar un interés por usar un capital cuando por ejemplo pide un préstamo a un banco, o puede cobrar unos intereses del banco cuando deposita sus ahorros en la entidad. El *interés* se mide en *tanto por ciento*.

#### Los bancos y los intereses

El **tipo de interés** o **rédito** es un **porcentaje**. Los **intereses** o el **interés simple**  $I$  es el **beneficio** que proporciona una cantidad de dinero denominada capital  $C$ , a lo largo de un tiempo  $t$  expresado en años y a un determinado tipo de interés del  $r$  %. Se calcula con la fórmula:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$$

Ejemplo: Un banco ofrece un interés anual del 2,75 % para depósitos superiores a 12000€ ¿Cuánto dinero habrá en la cuenta al cabo de un año?

El 2,75 % de 12000 se calcula multiplicando  $(2,75 \cdot 12000) / 100 = 330€$ , que será el interés simple. Si utilizamos la fórmula de arriba para calcular el interés simple, nos sale la misma cantidad, 330€.

Por tanto, al final del año habrá  $12\ 000 + 330 = 12\ 330 €$ .

### 3.3. EL INTERÉS COMPUESTO.

Cuando el interés acumulado durante el periodo de capitalización se suma al dinero depositado de forma sucesiva estamos ante el **interés compuesto**.

El rendimiento de un depósito en un banco es mayor si se deposita a *interés compuesto* que a *interés simple*.

Para calcularlo, si llamamos  $C$  al capital depositado,  $i$  al rédito y  $n$  al número de años que hacemos el depósito, el capital final obtenido vendrá dado por:

$$C_n = C \cdot \left( \frac{100 + i}{100} \right)^n$$

Ejemplo: Supongamos que un banco ofrece un rédito del 5 % sobre el dinero depositado.

En la tabla figura qué obtenemos a interés simple y qué a interés compuesto:

	Interés simple (5 %)		Interés compuesto (5% anual)	
	Capital	Intereses	Capital	Intereses
1.º año	10000	500	10000	500
2.º año	10500	500	10500	525
3.º año	11000	500	11025	551,25
4.º año	11500	500	11576,25	578,81
5.º año	12000		12155,06	

Si utilizamos la fórmula indicada en el margen:

$$C_4 = 10\,000 \cdot \left(\frac{100+5}{100}\right)^4 = 12\,155,06 \text{ €}$$

### 3.4. LOS PORCENTAJES EN LA ECONOMÍA.

#### El impuesto sobre el valor añadido (I.V.A.)

Al realizar cualquier compra, el proveedor añade al precio del objeto que compras un impuesto llamado **impuesto sobre el valor añadido** o **I.V.A.**, que posteriormente entrega a Hacienda. Dependiendo de lo que adquieras, el porcentaje a aplicar es distinto. Por ejemplo si compras un ordenador, debes aplicar un 21% del importe de la compra; si compras un libro, el tipo que se aplica es del 10%.

#### El índice de precios al consumo (IPC)

El **IPC** es un índice que refleja cada mes la variación (aumento o disminución) que sufren los precios de los productos que consumimos en España. Este índice se mide en tanto por ciento.

Esto no quiere decir que cualquier producto de consumo (alimentos, gasolina, electricidad, vivienda...) haya subido ese porcentaje. El *IPC* se obtiene como una media de la variación de los precios en el mes anterior.

El *IPC* es muy importante, pues se suele utilizar como base para los incrementos de los sueldos de los trabajadores cada año.

#### El Euribor

El **Euribor** es el tipo de interés al que se prestan entre sí las entidades financieras (bancos y cajas) en el mercado interbancario. Ten en cuenta que el *Euribor* es uno de los indicadores más usados en los préstamos de las hipotecas, por lo que es importante saber su valor.

## RESUMEN DEL TEMA 2

### 1. PROPORCIONALIDAD DIRECTA E INVERSA. REGLA DE TRES.

#### 1.1. PROPORCIONALIDAD DIRECTA. REGLA DE TRES DIRECTA.

Dos magnitudes son **directamente proporcionales** cuando el cociente de las cantidades correspondientes es constante. A este cociente se le llama **constante o razón de proporcionalidad directa**.

Si dos magnitudes son directamente proporcionales, al aumentar una la otra también aumenta en la misma proporción, y si una disminuye, la otra también disminuye en la misma proporción.

Para resolver problemas en los que aparezcan dos magnitudes directamente proporcionales, basta con aplicar una **regla de tres directa**.

**La regla de tres directa**

Magnitud 1	Magnitud 2	} ⇒
Cantidad: a	→ Cantidad: c	
Cantidad: b	→ Cantidad: x	

Escribimos la relación de proporcionalidad directa:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x} \Rightarrow x = \frac{b \cdot c}{a}$$

#### 1.2. PROPORCIONALIDAD INVERSA. REGLA DE TRES INVERSA.

Dos magnitudes son **inversamente proporcionales** cuando el producto de las cantidades correspondientes es constante. A este producto se le llama **constante de proporcionalidad inversa**.

Si dos magnitudes son inversamente proporcionales, al aumentar una, la otra disminuye en la misma proporción, y viceversa.

Para resolver problemas en que aparezcan dos magnitudes inversamente proporcionales, basta con aplicar una **regla de tres inversa**.

**La regla de tres inversa**

Magnitud 1	Magnitud 2	} ⇒
Cantidad: a	→ Cantidad: c	
Cantidad: b	→ Cantidad: x	

Escribimos la relación de proporcionalidad invirtiendo la primera razón:

$$\frac{b}{a} = \frac{c}{x} \Rightarrow x = \frac{a \cdot c}{b}$$

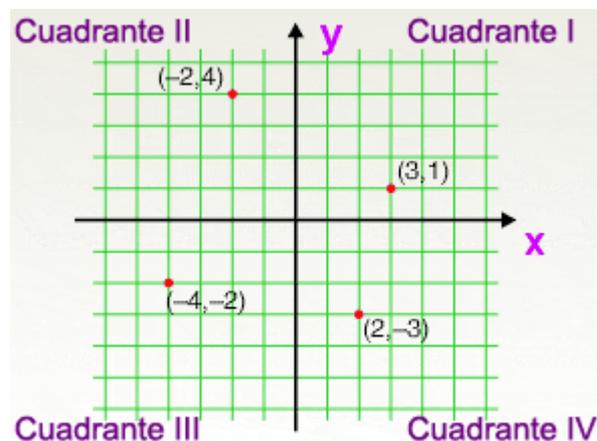
### 2. REPRESENTACIONES DE MAGNITUDES EN EL PLANO.

Para representar puntos en un plano utilizaremos un **sistema de coordenadas**, que está formado por dos rectas numéricas perpendiculares que se cortan:

- La horizontal es el **eje de abscisas** o **eje X**.
- La vertical es el **eje de ordenadas** o **eje Y**.

El punto de corte de ambas rectas, punto O, es el **origen de coordenadas**.

Un **punto** en el plano se representa por **dos coordenadas**, x e y: la **coordenada x** se sitúa sobre el *eje X* y la **coordenada y** se sitúa sobre el *eje Y*. El *eje X* y el *eje Y* son los llamados **ejes de coordenadas**.



#### 2.1. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE RELACIONES DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA.

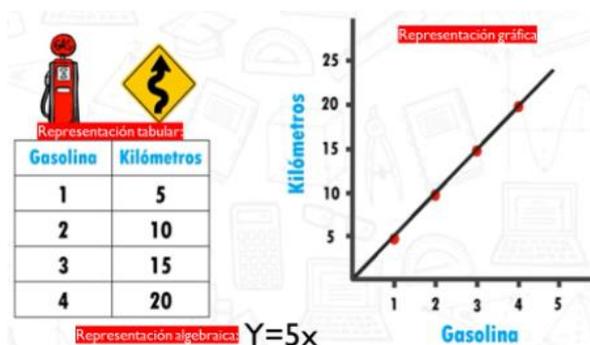
Si entre dos magnitudes  $x$  e  $y$  existe una *relación de proporcionalidad directa* y  $r$  es la **razón de proporcionalidad** entre ellas, podemos expresar esa relación mediante la siguiente **expresión algebraica**:

$$y = r \cdot x$$

donde  $r$  es la **pendiente** de la recta.

La gráfica asociada a una *relación de proporcionalidad directa* es una **semirrecta con extremo en el origen de coordenadas**, cuya **pendiente** coincide con la **razón de proporcionalidad**.

Cuando estudiemos este tipo de relaciones en unidades posteriores, las llamaremos **funciones lineales o de proporcionalidad directa**. Su gráfica es una recta que pasa por el origen de coordenadas.



### 3. PORCENTAJES EN LA VIDA DIARIA Y EN LA ECONOMÍA.

Un **porcentaje** representa una parte del total. El símbolo para expresar un *porcentaje* es %.

El **tanto por ciento** o **porcentaje (%)** de una cantidad se calcula multiplicando dicha *cantidad* por el *tanto por ciento* y dividiendo el resultado por 100.

Al calcular un *porcentaje*, siempre aparecen tres cantidades relacionadas de esta forma:

$$\text{Total} \cdot \text{Porcentaje} = \text{Parte}$$

Ejemplo: Si queremos calcular el 21 % de I.V.A. de 35€, haremos lo siguiente:

$$\text{I.V.A.} = (21 \cdot 35) / 100 = 7,35€$$

Un *porcentaje* o *tanto por ciento* también se puede expresar como una **razón** o como un **número decimal**. Por ejemplo,  $18\% \rightarrow 18 / 100 \rightarrow 0,18$ .

#### 3.1. AUMENTOS Y DISMINUCIONES PORCENTUALES.

##### Aumentos porcentuales

Para calcular un **aumento porcentual**, se suma al 100 % el porcentaje que se aumenta y se halla el porcentaje resultante. En este caso es mejor expresar el porcentaje mediante un número decimal.

Para calcular un **aumento porcentual** de un  $r$  % sobre una cantidad  $C$  basta aplicar la siguiente fórmula:

$$C \cdot \left( \frac{100 + r}{100} \right)$$

También se puede resolver calculando primero el incremento de la cantidad  $C$  mediante una *regla de tres directa*, y sumando después dicho incremento a la cantidad  $C$  inicial.

##### Disminuciones porcentuales

Para calcular una **disminución porcentual**, se resta al 100 % el porcentaje que se disminuye y se halla el porcentaje resultante.

Para calcular una **disminución porcentual** de un  $r$  % sobre una cantidad  $C$  basta aplicar la siguiente fórmula:

$$C \cdot \left( \frac{100 - r}{100} \right)$$

También se puede resolver calculando primero el decrecimiento de la cantidad  $C$  mediante una *regla de tres directa*, y restando después dicho decrecimiento a la cantidad  $C$  inicial.

### 3.2. EL INTERÉS SIMPLE.

El **interés** es el precio que se paga o se cobra por usar o ceder un capital. Por ejemplo, los intereses a pagar cuando se pide un préstamo a un banco o los que puedes cobrar cuando depositas tus ahorros en la entidad. El *interés* se mide en *tanto por ciento*.

El **tipo de interés** o **rédito** es un **porcentaje**. Los **intereses** o el **interés simple**  $I$  es el **beneficio** que proporciona una cantidad de dinero denominada capital  $C$ , a lo largo de un tiempo  $t$  expresado en años y a un determinado tipo de interés del  $r$  %. Se calcula con la fórmula:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$$

### 3.3. EL INTERÉS COMPUESTO.

Cuando el interés acumulado durante el periodo de capitalización se suma al dinero depositado de forma sucesiva estamos ante el **interés compuesto**. El rendimiento de un depósito en un banco es mayor si se deposita a *interés compuesto* que a *interés simple*.

Para calcularlo, si llamamos  $C$  al capital depositado,  $i$  al rédito y  $n$  al número de años que hacemos el depósito, el capital final obtenido vendrá dado por:

$$C_n = C \cdot \left( \frac{100 + i}{100} \right)^n$$

### 3.4. LOS PORCENTAJES EN LA ECONOMÍA.

#### El impuesto sobre el valor añadido (I.V.A.)

Al realizar cualquier compra, el proveedor añade al precio del objeto que compras un impuesto llamado **impuesto sobre el valor añadido** o **I.V.A.**, que posteriormente entrega a Hacienda. Dependiendo de lo que adquieras, el porcentaje a aplicar es distinto.

#### El índice de precios al consumo (IPC)

El **IPC** es un índice que refleja cada mes la variación (aumento o disminución) que sufren los precios de los productos que consumimos en España. Este índice se mide en tanto por ciento.

Esto no quiere decir que cualquier producto de consumo (alimentos, gasolina, electricidad, vivienda...) haya subido ese porcentaje. El *IPC* se obtiene como una media de la variación de los precios en el mes anterior. El *IPC* es muy importante, pues se suele utilizar como base para los incrementos de los sueldos de los trabajadores cada año.

#### El Euribor

El **Euribor** es el tipo de interés al que se prestan entre sí las entidades financieras (bancos y cajas) en el mercado interbancario. Ten en cuenta que el Euribor es uno de los indicadores más usados en los préstamos de las hipotecas, por lo que es importante saber su valor.

## **ACTIVIDADES DEL TEMA 2: “LA PROPORCIONALIDAD SU REPRESENTACIÓN GRÁFICA Y SUS APLICACIONES”.**

**1. Indica si las siguientes magnitudes son directamente proporcionales.**

- a) Millones de euros que se dedican a combatir el hambre en el mundo y número de personas fallecidas a causa del hambre.
- b) Velocidad de un coche y tiempo que tarda en recorrer una distancia determinada.
- c) Kilogramos de pintura y superficie pintada.

**Razona la respuesta.**

**2. Un coche consume 5,5 litros de gasolina cada 100 kilómetros. ¿Cuántos kilómetros podrá recorrer con 110 litros?**

**3. Un padre quiere repartir 140 sellos entre sus dos hijos de forma directamente proporcional a sus edades, que son 13 y 15 años. ¿Cuántos sellos recibirá cada uno?**

**4. María, Nuria y Paloma han cobrado por un trabajo 344 euros. María ha trabajado 7 horas; Nuria, 5 horas y Paloma, 4 horas. ¿Qué cantidad le corresponde a cada una?**

**5. Di cuáles de las siguientes magnitudes son inversamente proporcionales.**

- a) Tiempo que se tarda en limpiar un monte y número de personas que realizan la limpieza.
- b) Espacio recorrido por un coche y tiempo empleado para recorrer dicho espacio.
- c) Tiempo que tarda en hacer un recorrido un avión y su velocidad.

**6. Para realizar un trabajo en 2 meses necesitamos 12 personas. Si necesitáramos hacerlo en solo en 18 días, ¿cuántas personas deberíamos de contratar?**

**7. El agua de un depósito se puede extraer en 200 veces con un bidón de 15 litros. Calcula cuántas veces se extraería con un bidón de 25 litros.**

**8. Reparte 7875 en partes inversamente proporcionales a 3, 5 y 6.**

**9. Juan es electricista y tiene apuntados la cantidad de cable y su precio.**

<b>Cantidad de cable (m)</b>	1	2	3	4	5	10
<b>Precio (€)</b>	0,60	1,20	1,80	2,40	3	6

- a) Representa gráficamente la relación de proporcionalidad entre la longitud del cable y su precio. Utiliza un sistema de coordenadas cartesianas.
- b) Halla la expresión algebraica que expresa esa relación de proporcionalidad directa.
- c) Juan necesita compra 3,5 metros de cable, ¿cuál será el precio a pagar?

**10. En una churrería cada churro cuesta 0,40 euros. Representa gráficamente la relación entre el número de churros comprado y su precio. Halla también la expresión algebraica que expresa esta relación de proporcionalidad.**

**11. El parking de una ciudad tiene tres plantas. Cada una de ellas dispone de diferente número de plazas y ocupación.**

- a) En la planta primera hay 200 plazas, de las cuales el 31 % están ocupadas. ¿Cuántas plazas tiene ocupadas?

- b) En la segunda planta hay ocupadas 96 plazas, que representan un 64 % del total de las plazas de esta planta. ¿Cuántas plazas tiene esta planta?
- c) En la tercera planta, de las 240 plazas solo hay 36 plazas ocupadas. ¿Qué porcentaje de plazas ocupadas hay en esta planta?

- 12. Laura necesita una estantería para organizar todos sus libros y acude a un carpintero. Este le pasa un presupuesto de 135 €, pero entonces Laura elige otro tipo de madera de mayor calidad y el presupuesto aumenta en un 15 %. ¿Cuánto tendrá que pagar finalmente Laura por la estantería?**
- 13. El precio de una bicicleta es 175 euros. En rebajas hacen un descuento del 25 %, pero además, hay que pagar el 21 % de IVA. ¿Cuánto cuesta entonces?**
- 14. Las ventas en una tienda a principio de año fueron de 12540 €. En febrero, las ventas aumentaron un 12 % y en marzo bajaron un 5 %. ¿A cuánto han ascendido las ventas en marzo?**
- 15. ¿En cuánto se convierten 90000€ depositados al 2,5% de interés anual durante 4 años? ¿Cuántos son los intereses generados?**

## **SOLUCIONES:**

### **1. Soluciones:**

- a) No son directamente proporcionales. Cuanto más dinero se destine a combatir el hambre, menos personas morirán.
- b) No son directamente proporcionales. Si se dobla la velocidad, el tiempo en recorrer una distancia determinada se reduce a la mitad.
- c) Si son directamente proporcionales. Si doblamos la cantidad de pintura, podremos pintar el doble de superficie.

### **2. Solución:**

Los litros de gasolina y los kilómetros recorridos son directamente proporcionales.

Entonces:  $\frac{5,5}{100} = \frac{110}{x} \Rightarrow x = 2\,000$  El coche podrá recorrer 2 000 kilómetros.

### **3. Soluciones:**

$$13k + 15k = 140 \Rightarrow 28k = 140 \Rightarrow k = 5$$

El hijo de 13 años recibirá  $13 \cdot 5 = 65$  sellos, y el de 15 años se quedará con  $15 \cdot 5 = 75$  sellos.

### **4. Soluciones:**

Para que todas cobren por una hora lo mismo, tenemos que hacer un reparto proporcional del dinero según las horas trabajadas. Entonces:

$$7k + 5k + 4k = 344 \Rightarrow 16k = 344 \Rightarrow k = 21,5$$

De modo que María cobrará  $21,5 \cdot 7 = 150,50$  euros; a Nuria le corresponden  $21,5 \cdot 5 = 107,50$  euros, y Paloma ha ganado por el trabajo  $21,5 \cdot 4 = 86$  euros.

### **5. Soluciones:**

- a) Son inversamente proporcionales. El doble de personas tardaría la mitad de tiempo en realizar la limpieza.
- b) No son inversamente proporcionales. En doble tiempo el coche recorrería doble espacio, son directamente proporcionales.
- c) Son inversamente proporcionales. Si la velocidad fuera doble, el avión tardaría la mitad de tiempo en hacer ese recorrido.

### **6. Solución:**

Tenemos una relación de proporcionalidad inversa:  $60 \cdot 12 = 18 \cdot x \Rightarrow x = 40$ . Necesitaremos contratar a 40 trabajadores.

### **7. Solución:**

Relación de proporcionalidad inversa:  $200 \cdot 15 = x \cdot 25 \Rightarrow x = 120$  veces. Con un bidón de 25 litros se extraería en 120 veces.

### **8. Soluciones:**

Método 1:

$$\frac{k}{3} + \frac{k}{5} + \frac{k}{6} = 7875 \Rightarrow \frac{21k}{30} = 7875 \Rightarrow k = 11250$$

$$\text{A 3 le corresponde } \frac{11250}{3} = 3750$$

$$\text{A 5 le corresponde } \frac{11250}{5} = 2250$$

$$\text{A 6 le corresponde } \frac{11250}{6} = 1875$$

Método 2:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{10 + 6 + 5}{30} = \frac{21}{30}$$

$$7875 \longrightarrow 21/30$$

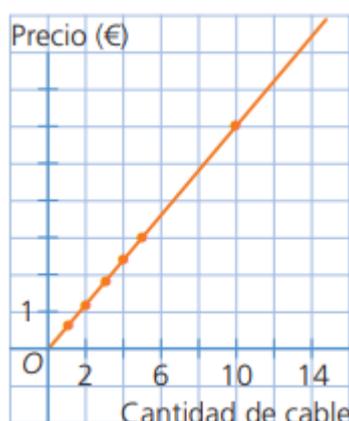
$$x \longrightarrow 1/3$$

$$x = (7875 \cdot 30) / (21 \cdot 3) = 3750. \text{ A 3 le corresponde } 3750.$$

De forma similar se obtienen los demás.

## 9. Soluciones:

a) La representación gráfica de la relación de proporcionalidad directa es la siguiente:



b)  $r = 0,6/1 = 0,6 \rightarrow y = 0,6 \cdot x$ .

c)  $x = 3,5 \rightarrow \text{Precio a pagar} = y = 0,6 \cdot 3,5 = 2,1 \text{ €}$ .

## 10. Soluciones:

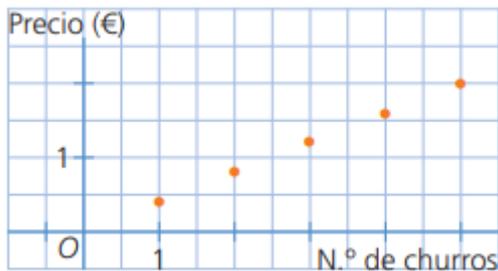
1. Elaboramos una tabla.

Número de churros	1	2	3	4	5
Precio (€)	0,40	0,80	1,20	1,60	2

2. Vemos que las dos magnitudes son directamente proporcionales, ya que la razón se mantiene constante.

$$r = \frac{0,4}{1} = \frac{0,8}{2} = \frac{1,2}{3} = \frac{1,6}{4} = \frac{2}{5} = 0,4$$

3. Representamos los puntos correspondientes.



En este caso no podemos unir los puntos, ya que los valores del número de churros son números enteros, no hay valores intermedios

4. Como la **razón de proporcionalidad (r)** es **0,4**, la expresión algebraica es:  **$y = 0,4x$** .

### 11. Soluciones:

- a) Calculemos las plazas que hay ocupadas.

$$\begin{array}{c} \text{Total} \cdot \text{Porcentaje} = \text{Parte} \rightarrow 200 \cdot 0,31 = x \rightarrow 200 \cdot 0,31 = 62 \\ \hline \text{conocido} \quad \text{conocido} \quad \text{desconocido} \end{array}$$

Hay **62 plazas ocupadas** en la primera planta.

- b) Calculemos las plazas que hay en la segunda planta.

$$\begin{array}{c} \text{Total} \cdot \text{Porcentaje} = \text{Parte} \rightarrow x \cdot 0,64 = 96 \rightarrow x = \frac{96}{0,64} = 150 \\ \hline \text{desconocido} \quad \text{conocido} \quad \text{conocido} \end{array}$$

En la segunda planta hay **150 plazas**.

- c) Calculemos el porcentaje de plazas ocupado en la tercera planta.

$$\begin{array}{c} \text{Total} \cdot \text{Porcentaje} = \text{Parte} \rightarrow 240 \cdot x = 36 \rightarrow x = \frac{36}{240} = 0,15 \\ \hline \text{conocido} \quad \text{desconocido} \quad \text{conocido} \end{array}$$

La expresión decimal del porcentaje es 0,15, que representa el 15%; por tanto, en la planta tercera hay un **15 % de plazas ocupadas**.

### 12. Solución:

Calcular un aumento del 15 % de una cantidad equivale a hallar el 115 % de la misma.

$$\text{Total} \cdot \text{Porcentaje} = \text{Parte} \rightarrow 135 \cdot 1,15 = 155,25$$

Laura tendrá que pagar por la estantería **155,25 €**

### 13. Solución:

El precio de la bicicleta con descuento es de  $175 \cdot \left(1 - \frac{25}{100}\right) = 131,25$  €. Al precio tenemos que añadirle el IVA para saber cuánto nos costará finalmente. Con lo cual, el precio final de la bicicleta es de  $131,25 \cdot \left(1 + \frac{21}{100}\right) = 158,81$  €.

### 14. Solución:

Ventas en febrero	Ventas en marzo
$12\,540 \cdot 1,12 = 14\,044,80$	$14\,044,80 \cdot 0,95 = 13\,342,56$
$\hline$ Aumentar el 12 % → 112 %	$\hline$ Disminuir el 5 % → 95 %

En marzo las ventas han sido de **13342,56 €**.

**15. Solución:**

Se convierten en 99000€ al cabo de cuatro años. Los intereses generados en ese periodo son de 9000€ (a 2250€ por año).

## UNIDAD DE APRENDIZAJE Nº 7: IRRACIONALIDAD DEL NÚMERO. ESTUDIO DE LA PROPORCIÓN COMO FUNCIÓN. REPRESENTACIÓN DE SISTEMAS EN EL PLANO Y EL ESPACIO.

### TEMA 3. GEOMETRÍA DEL ESPACIO. COORDENADAS GEOMÉTRICAS, SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN DE LOS CUERPOS EN EL ESPACIO. CÁLCULO DE LONGITUDES, ÁREAS Y VOLÚMENES DE LOS MISMOS.

#### 1. LOS SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN.

Las personas tenemos una necesidad innata de comunicarnos. Mucho antes de que apareciera el lenguaje escrito ya dibujábamos. El dibujo cubre esa necesidad humana de expresión y transmisión de ideas y sentimientos.

Los **sistemas de representación** son los medios que sirven para expresar gráficamente las ideas.

Hasta la Edad Media no se utilizaron sistemas que representaran las tres dimensiones de un objeto como se conocen en la actualidad. Se le debe a *Gaspar Monge*, matemático francés, que en el siglo XVIII en su *Tratado de Geometría Descriptiva* desarrollara las bases de esta ciencia.

La **Geometría Descriptiva** es la parte de la Matemática que resuelve gráficamente el problema geométrico de representar un cuerpo tridimensional en un plano y poder construir un cuerpo tridimensional a partir de lo representado en un plano.

Existen cuatro *sistemas de representación*: **Planos Acotados**, **Diédrico**, **Axonométrico** y **perspectiva Cónica**. Nosotros nos centraremos en el Sistema diédrico que utiliza dos planos de proyección.

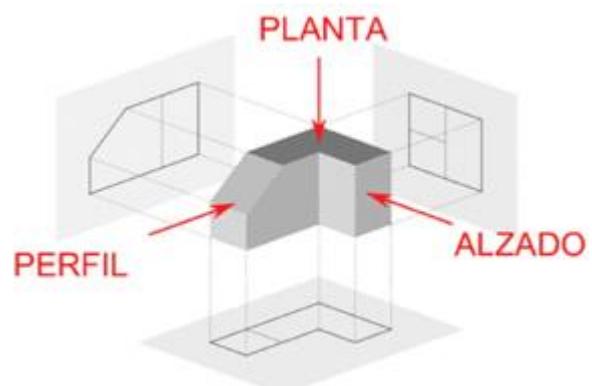
#### 2. SISTEMA DIÉDRICO DE REPRESENTACIÓN.

El *sistema diédrico* es un sistema de representación que nos permite representar gráficamente sobre una superficie plana objetos situados en el espacio, mediante sus proyecciones sobre dos planos perpendiculares entre sí.

El **sistema diédrico**, se llama así porque utiliza dos *planos de proyección*, uno **horizontal (PH)** y otro **vertical (PV)** perpendiculares entre sí. La intersección de estos dos planos determina una línea llamada **línea de tierra (LT)** y sirve para referenciarlos con respecto a las dos vistas del sistema. Además de estos dos planos de proyección, normalmente utilizamos un tercer plano auxiliar llamado *plano de perfil (PP)*.

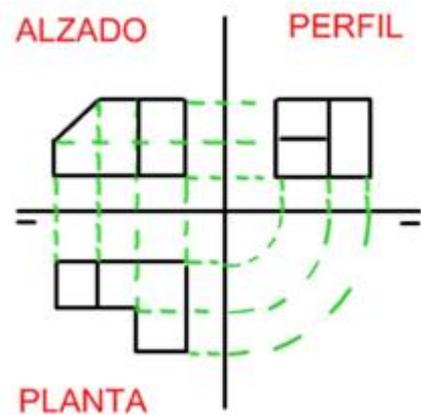
#### Alzado, planta y perfil

Para captar todos los detalles de un objeto, en la mayoría de los casos, es suficiente obtener tres *vistas* que reciben el nombre de **alzado**, **planta** y **perfil**.



- **Alzado** es la vista frontal del objeto. Se escoge cómo alzado aquella vista que describe mejor las formas del objeto.
- **Planta** es la vista que se obtiene cuando observamos el objeto desde arriba.
- **Perfil** es la vista correspondiente al lateral izquierdo del objeto.

Una vez obtenidos el *alzado*, la *planta* y el *perfil*, las proyecciones del objeto tienen que quedar situadas de una forma concreta para interpretar correctamente el dibujo. El *perfil* (*izquierdo*) debe situarse a la derecha del *alzado* y la *planta*, debajo del *alzado*.



## 2.1. OBTENCIÓN DE LAS VISTAS DE UN OBJETO.

Denominamos **vistas de un objeto** a las *proyecciones ortogonales* (perpendiculares a los planos) de los objetos sobre los *planos de proyección* (*plano horizontal*, *plano vertical* y *plano de perfil*). Girando de forma virtual los *planos de proyección* hasta hacerlos contener en uno solo (el vertical), obtendríamos las *vistas*.

En el siguiente enlace se puede ver un vídeo de como dibujar las **vistas principales de un objeto** (*alzado*, *planta* y *perfil*), además tienes ejercicios para practicar.

<https://www.youtube.com/watch?v=Oht1DtdQ5j8>

### Correspondencia entre las vistas

Para que las distintas *vistas* de una pieza puedan dar una idea exacta de todos los detalles de la misma, han de estar colocadas siempre de manera que la *planta* esté situada debajo del *alzado* y correspondiéndose con él, y el *perfil*, a la derecha del *alzado* y a la misma altura que él.

Las *vistas* han de corresponderse entonces dos a dos. Las **anchuras** serán las mismas en la *planta* y en el *alzado*; las **alturas** se corresponderán en el *alzado* y en el *perfil*; las **profundidades** se corresponderán en la *planta* y en el *perfil*.



### Reglas generales para la representación de las vistas de un objeto.

- Se representará el menor número de vistas, eliminando aquellas que no aportan nada nuevo a lo ya representado
- Se elige el *alzado* de forma que resulte la vista principal, es decir, la que dé mejor idea de la forma de la pieza.
- Se eligen las vistas de forma que al dibujarlas se produzca el menor número posible de líneas ocultas.

- Se colocará el *perfil* a la derecha del *alzado*, es decir, el obtenido al mirar la pieza desde la izquierda.

### **Fases para el dibujo de las vistas de un objeto.**

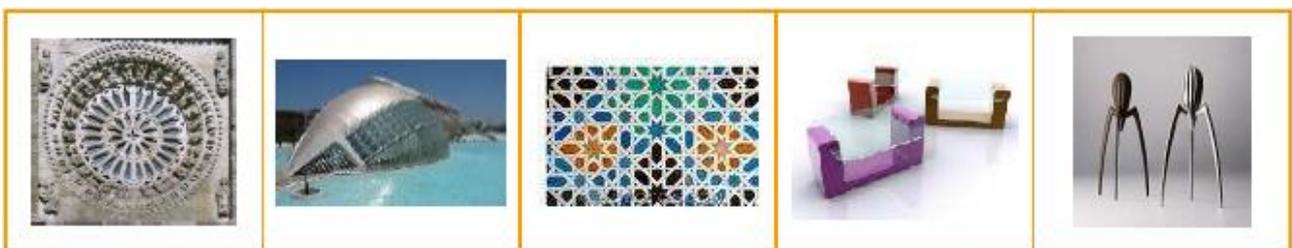
1. Se colocan los ejes de simetría principales, si los tiene, en las tres vistas, haciendo que se correspondan.
2. Se dibuja el *alzado* con las medidas y proporciones de alturas y anchuras, empezando por las circunferencias o arcos de circunferencias.
3. Se dibuja la *planta* debajo del alzado y correspondiéndose con él. Las anchuras serán las mismas que las del alzado y se incorporarán las profundidades.
4. Se dibuja el *perfil*, teniendo en cuenta que las medidas de esta vista se corresponderán con las de las vistas ya dibujadas. Las *alturas* vendrán dadas por el alzado y las *profundidades* por la planta.

### **3. GEOMETRÍA DEL ESPACIO.**

La naturaleza inventó las **formas geométricas** mucho antes de que el ser humano les pusiera nombre. Así, en vegetales y minerales es frecuente encontrar líneas rectas, polígonos, círculos, esferas, espirales, cubos, pirámides, etc.



De igual modo, es posible observar *formas geométricas* de todo tipo en los objetos diseñados y construidos por el ser humano.



Todos ellos son **cuerpos geométricos**, en unos casos están limitados por caras planas, **poliedros** y en otros son **cuerpos de revolución**. A lo largo de la Historia se han agrupado y clasificado estos cuerpos por su forma olvidando otro tipo de propiedades.

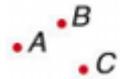
La **geometría** nació como consecuencia de la necesidad de representar objetos gráficamente, emplear figuras en procesos constructivos y resolver problemas de medida: longitudes, áreas, volúmenes, etc. El **punto**, la **recta** y el **plano** son tres elementos básicos de la *geometría* (tanto las rectas como los planos se consideran ilimitados).

En este tema vamos a estudiar este tipo de *cuerpos geométricos*, conocer sus propiedades, y calcular su área y volumen. Para entender bien los conceptos de esta unidad necesitaremos recordar ciertos conceptos de geometría de las *figuras planas*.

#### 4. GEOMETRÍA DEL PLANO.

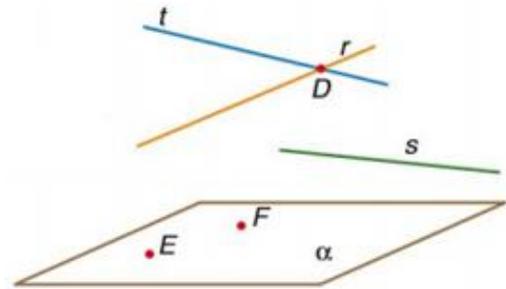
##### 4.1. CONCEPTOS BÁSICOS DE LA GEOMETRÍA DEL PLANO.

Un **punto** es un elemento geométrico que no tiene longitud, anchura, ni altura, es decir, no tiene dimensión. Describe una posición determinada en el espacio, respecto de un sistema de coordenadas. Para representarlos se utilizan dos pequeños trazos que se cortan o un pequeño círculo y se nombran con letras mayúsculas:  $A, B, C...$



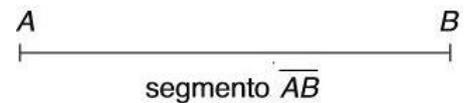
Una **recta** es un conjunto infinito de puntos alineados que no tiene principio ni fin. Se representan mediante líneas y se nombran con letras minúsculas:  $r, s, t...$

Un **plano** es un elemento geométrico que sólo tiene dos dimensiones y que contiene infinitos puntos y rectas. Se representan por medio de paralelogramos y se nombran con letras griegas:  $\alpha, \beta, \gamma...$

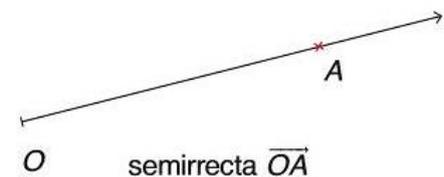


A partir de estos tres conceptos básicos definiremos los siguientes:

- Un **segmento** es la porción de recta limitada por dos puntos  $A$  y  $B$ , llamados extremos. Es decir,  $A$  es su principio y  $B$  es su final. Se representa como  $\overline{AB}$ .



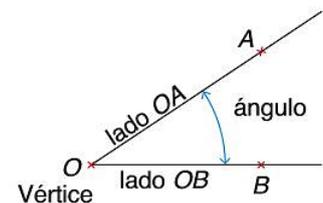
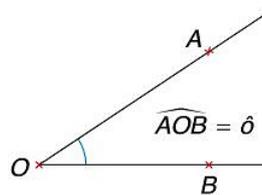
- Una **semirrecta** es una parte de una recta que tiene principio u origen y no tiene fin. Se representa así,  $\overrightarrow{OA}$ .



De nuevo, a partir de estos conceptos podemos definir:

- Un **ángulo** es la parte del plano comprendida entre dos semirrectas con el mismo origen.

Los lados de un ángulo son las dos semirrectas que lo delimitan,  $\overrightarrow{OA}$  y  $\overrightarrow{OB}$ . El vértice  $O$  es el origen común de las semirrectas. Los ángulos se nombran utilizando tres letras mayúsculas. Por ejemplo: el ángulo  $\widehat{AOB}$ .



#### Clasificación de los ángulos según su amplitud

Convexo: miden entre $0^\circ$ y $180^\circ$	Agudo: mide entre $0^\circ$ y $90^\circ$	Llano: mide $180^\circ$
	Recto: mide $90^\circ$	Cóncavo: mide entre $180^\circ$ y $360^\circ$
	Obtuso: mide entre $90^\circ$ y $180^\circ$	Completo: mide $360^\circ$

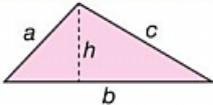
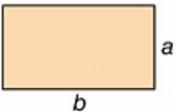
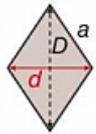
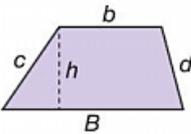
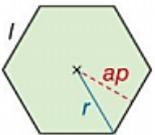
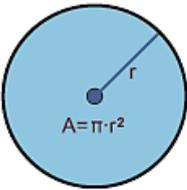
## 4.2. FIGURAS PLANAS ELEMENTALES.

Antes de meternos en el estudio de los *cuerpos geométricos elementales* repasaremos algunas de las **figuras planas** que vamos a necesitar, así como sus *elementos*, *perímetro* y *área*.

Recordamos que el **perímetro** es la suma de la longitud de los lados de una *figura geométrica* y el **área** es el trozo de plano que queda encerrado por los lados de una *figura geométrica*.

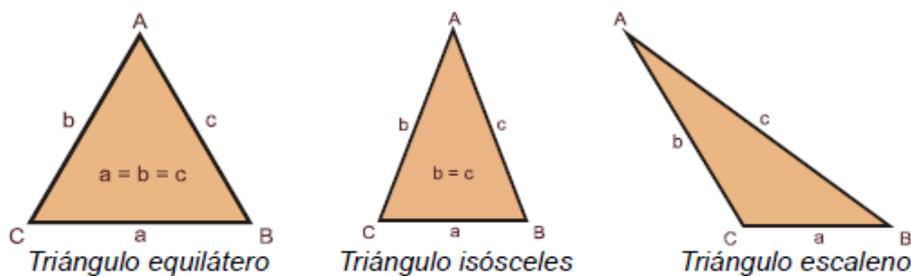
Una **línea poligonal** es un conjunto de segmentos concatenados y pueden ser abierta o cerrada. La superficie contenida por una *línea poligonal* cerrada se llama **polígono**. Los *polígonos* pueden ser *cóncavos* o *convexos* (ángulos interiores mayores o menores que 180°).

A continuación se detallan en una tabla las *figuras planas* más importantes.

Polígono	Figura	Perímetro	Área
TRIÁNGULO		$P = a + b + c$	$A = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{b \cdot h}{2}$
CUADRADO		$P = 4a$	$A = (\text{lado})^2 = a^2$
RECTÁNGULO		$P = 2b + 2a$	$A = \text{base} \cdot \text{altura} = b \cdot a$
ROMBO		$P = 4a$	$A = \frac{(\text{diagonal mayor}) \cdot (\text{diagonal menor})}{2} = \frac{D \cdot d}{2}$
TRAPECIO		$P = B + c + d + b$	$A = \frac{(\text{base mayor} + \text{base menor}) \cdot \text{altura}}{2} = \frac{B + b}{2} \cdot h$
POLÍGONO REGULAR		$P = (\text{números de lados}) \cdot (\text{longitud del lado})$ $P_{\text{hexágono}} = 6 \cdot l$	$A = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{P \cdot ap}{2}$ $r^2 = ap^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2$
CÍRCULO		$P = 2 \cdot \pi \cdot r$	$A = \pi \cdot r^2$

### 4.2.1. EL TRIÁNGULO.

Un **triángulo** es un *polígono* de tres lados. La *altura* de un triángulo es el segmento perpendicular desde un vértice al lado opuesto. La suma de los tres ángulos de un triángulo es de  $180^\circ$ .

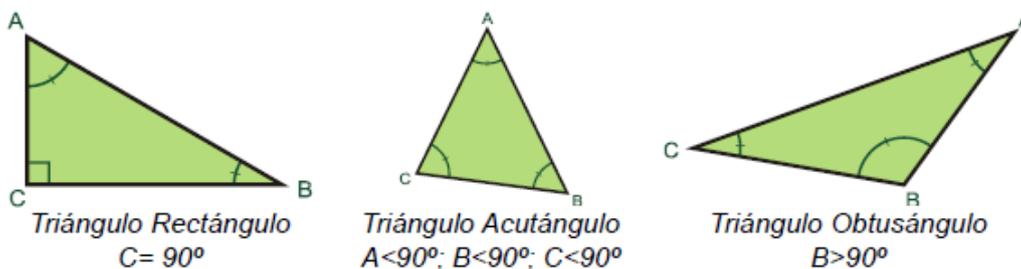


Los triángulos pueden clasificarse según sean sus lados en:

- **Equilátero:** tiene la longitud de los tres lados igual.
- **Isósceles:** tiene la longitud de dos lados iguales y una desigual.
- **Escaleno:** tiene los tres lados de distinta longitud.

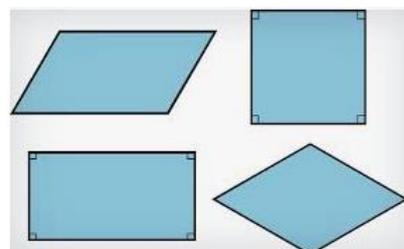
Los triángulos pueden clasificarse según sean sus ángulos en:

- **Rectángulo:** Tiene un ángulo recto.
- **Acutángulo:** Todos sus ángulos miden menos de noventa grados.
- **Obtusángulo:** Tiene un ángulo de más de noventa grados.



#### 4.2.2. PARALELOGRAMO.

Un **paralelogramo** es un *cuadrilátero* (4 lados) cuyos pares de lados opuestos son iguales y paralelos dos a dos. El cuadrado, el rectángulo, el rombo son ejemplos de *paralelogramos*.

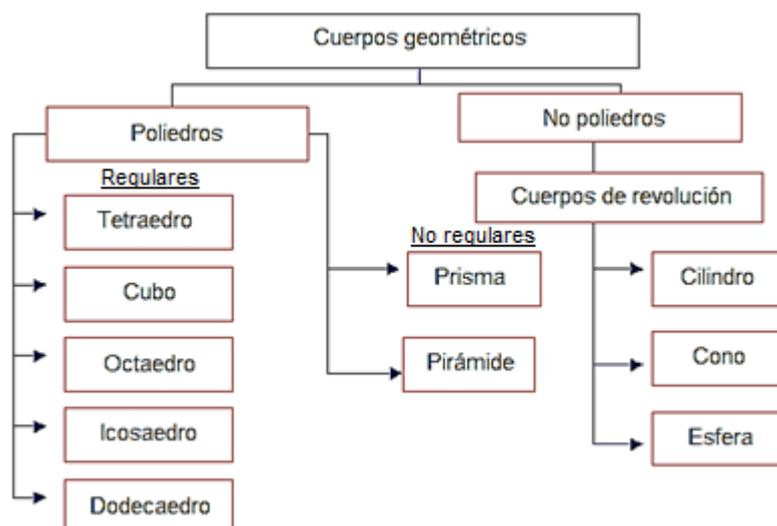


### 5. CUERPOS GEOMÉTRICOS.

Los **cuerpos geométricos** se dividen en **poliedros** (*poliedros regulares, prismas y pirámides*) y **cuerpos de revolución** (*cilindros, conos y esferas*).

#### 5.1. POLIEDROS.

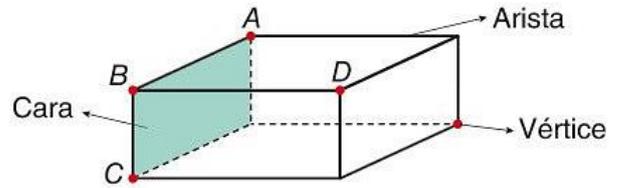
Un **poliedro** es un cuerpo geométrico tridimensional cuyas caras son *polígonos* (triángulos, cuadrados, rectángulos, pentágonos,



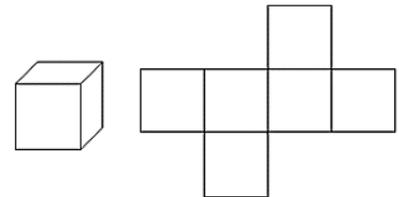
etc.). Cada uno de estos *polígonos* es una de sus *caras*. Si al menos una de sus caras no es un *polígono* entonces no es un *poliedro*.

En un *poliedro* sus elementos principales son:

- **Caras:** cada uno de los polígonos que forman el poliedro.
- **Aristas:** segmento formado por la intersección de dos caras de un poliedro.
- **Vértice:** es el punto de intersección donde se juntan tres o más aristas.



Un aspecto importante a tener en cuenta, con respecto a un *poliedro*, es el *desarrollo plano* del mismo. Este consiste en dibujar sobre un papel una figura que permita construir el poliedro mediante operaciones de plegado.



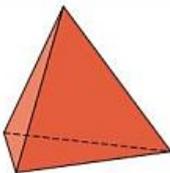
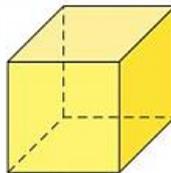
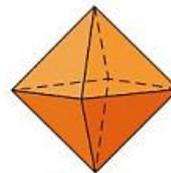
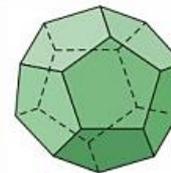
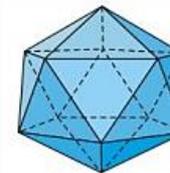
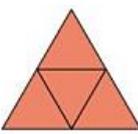
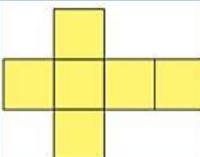
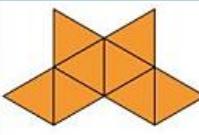
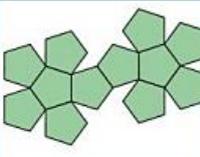
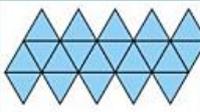
Los *poliedros* se pueden clasificar en: *poliedros regulares* y *no regulares*.

- **Poliedros regulares:** es aquel en el que todas sus caras son *polígonos regulares* iguales y en cada uno de sus vértices concurre el mismo número de aristas.
- **Poliedros no regulares (irregulares):** es aquel en el que alguna de sus caras no es un *polígono regular* o en alguno de sus vértices concurren un número distinto de aristas. Dentro de los poliedros no regulares destacan los *prismas* y las *pirámides*.

### 5.1.1. POLIEDROS REGULARES.

Sólo existen cinco *poliedros regulares*:

- **Tetraedro:** formado por cuatro triángulos equiláteros. Tiene 4 caras, 4 vértices y 6 aristas.
- **Hexaedro** o **cubo:** formado por seis cuadrados. Tiene 6 caras, 8 vértices y 12 aristas.
- **Octaedro:** formado por ocho triángulos equiláteros. Tiene 8 caras, 6 vértices y 12 aristas.
- **Dodecaedro:** formado por doce pentágonos regulares. Tiene 12 caras, 20 vértices y 30 aristas.
- **Icosaedro:** formado por veinte triángulos equiláteros. Tiene 20 caras, 12 vértices y 30 aristas.

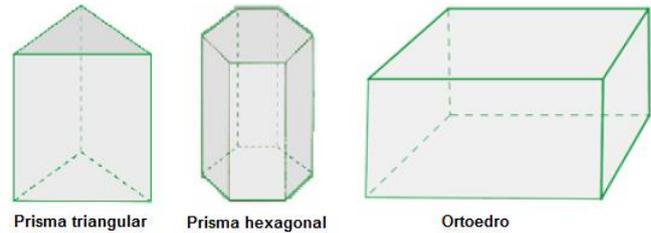
Poliedros regulares (solo hay cinco)					
Nombre poliedro	 Tetraedro	 Hexaedro	 Octaedro	 Dodecaedro	 Icosaedro
Desarrollo plano					
Polígonos de las caras	Triángulos equiláteros	Cuadrados	Triángulos equiláteros	Pentágonos	Triángulos equiláteros

### 5.1.2. PRISMA (POLIEDRO IRREGULAR).

Un *prisma* es un poliedro que tienen dos caras iguales y paralelas, llamadas **bases**, y el resto de sus **caras laterales** son paralelogramos. A la distancia entre las bases se le llama **altura**.

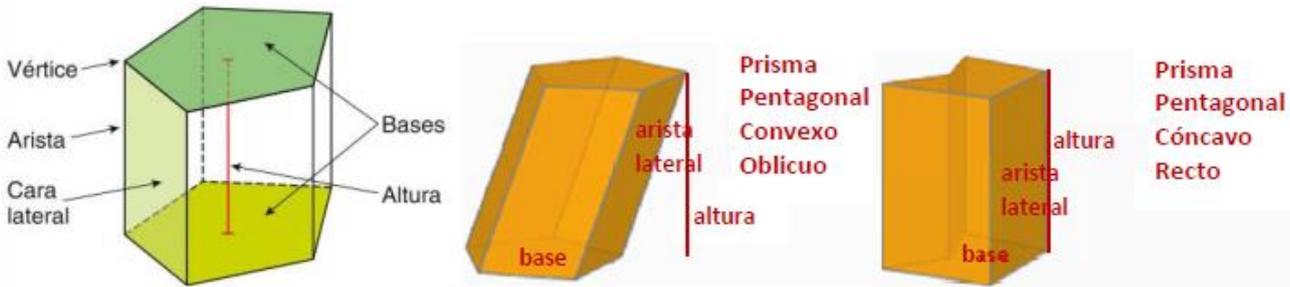
Según el tipo de polígono que sean las bases los prismas se llaman *triangulares*, *cuadrangulares*, *pentagonales*, *hexagonales*...

Los prismas también pueden ser **cóncavos** o **convexos** según sean los polígonos de las bases. En función de otras características, hay diferentes tipos de prismas:



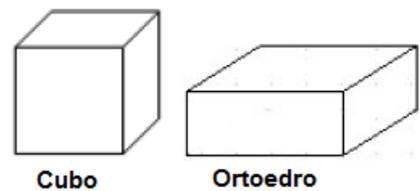
- **Prismas regulares:** aquellos cuyas bases son polígonos regulares.
- **Prismas irregulares:** aquellos cuyas bases son polígonos irregulares.
- **Prismas rectos:** aquellos cuyas caras laterales son perpendiculares a las bases. Sus caras laterales son cuadrados o rectángulos.
- **Prismas oblicuos:** aquellos cuyas caras laterales no son perpendiculares a las bases. Sus caras laterales son romboides o rombos.

En la imagen puedes observar distintos tipos de *prismas* y sus *elementos*.



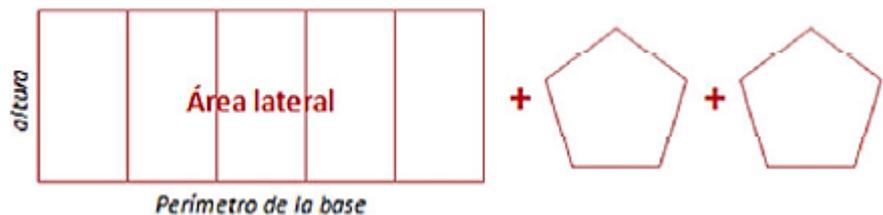
Los **paralelepípedos**: son un tipo especial de prismas en los que todas sus caras son *paralelogramos*. Algunos ejemplos de ellos pueden ser una caja de zapatos, un envase de zumo, un libro, etc.

Cuando todas las caras son rectángulos el *paralelepípedo* se denomina **ortoedro**. Otro caso particular es el **cubo**, en el que todas las caras son cuadrados. Si todas las caras son rombos, y por tanto todas iguales, el paralelepípedo se llama **romboedro**.



#### Área o superficie de un prisma

A partir de su *desarrollo plano* podemos calcular su *área*. La **superficie** o **área total** ( $A_T$ ) de un prisma consta de dos partes:



- **Área lateral ( $A_L$ ):** es el área de las caras laterales del prisma que, en un prisma recto, suelen ser rectángulos. Será igual al *perímetro de la base* ( $P$ ) por la *altura* ( $h$ ).

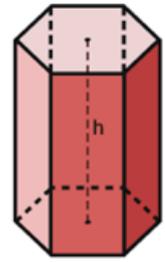
$$A_L = P \cdot h$$

- **Área de las bases ( $A_B$ ):** su valor dependerá de la forma geométrica que tengan sus bases. Si las bases son dos polígonos regulares, será igual al *perímetro de la base* por la *apotema (ap)* partido por dos.

$$A_B = \frac{P \cdot ap}{2}$$

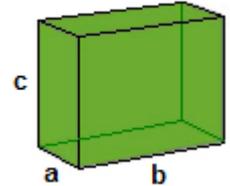
$$\text{Área total} = \text{Área lateral} + 2 \cdot \text{Área de la base}$$

$$A_T = A_L + 2 \cdot A_B = P \cdot h + 2 \cdot \frac{P \cdot ap}{2} = P \cdot h + P \cdot ap$$



En el caso de *paralelepípedos rectos* su área total será:

- **Cubo:**  $\text{Área total} = 6 \cdot \text{Área de una cara} \rightarrow A_T = 6a^2$
- **Ortoedro:**  $A_T = 2ab + 2ac + 2bc$



### Volumen de un prisma

El **volumen de un prisma** es igual al producto del *área de la base* por su *altura*.

$$V = A_B \cdot h$$

El **volumen de un ortoedro** será:  $V = A_B \cdot h = \text{largo} \cdot \text{ancho} \cdot \text{altura} = a \cdot b \cdot h$

En el caso del **cubo** como todos sus lados son iguales, su volumen es:  $V = a^3$

Observa algunos ejemplos del cálculo del volumen de un prisma. Las medidas están expresadas en cm:

<p>Volumen igual al área del triángulo verde por altura.</p> $A_{BASE} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6 \text{ cm}^2$ $\text{Volumen} = 6 \cdot 7 = 42 \text{ cm}^3$	<p>Volumen igual al área del rectángulo verde por altura.</p> $A_{BASE} = 4 \cdot 3 = 12 \text{ cm}^2$ $\text{Volumen} = 12 \cdot 9 = 108 \text{ cm}^3$	<p>Volumen igual al área del pentágono verde por h.</p> $A_{BASE} = \frac{15 \cdot 2,1}{2} = 15,75 \text{ cm}^2$ $V = 15,75 \cdot 8 = 126 \text{ cm}^3$

### 5.1.3. PIRÁMIDE (POLIEDRO IRREGULAR).

Una **pirámide** es un *poliedro irregular* formado por un *polígono cualquiera* como **base** y por *triángulos* como **caras laterales** con un **vértice común**.

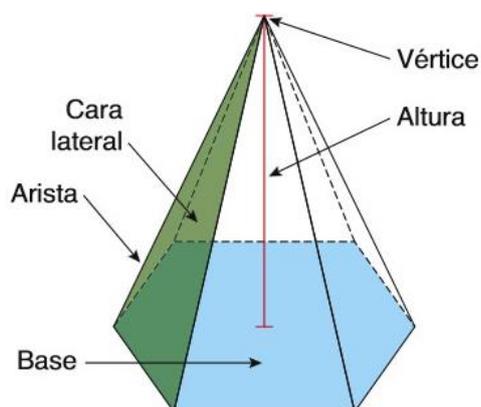
Una pirámide es **regular** si es *recta* y tiene como base un *polígono regular*. Si no cumple estas características, se denomina **irregular**.

En una *pirámide regular*, todas las aristas laterales son iguales y las caras laterales son triángulos isósceles. La altura de cada uno de estos triángulos se llama **apotema de la pirámide**, no hay que confundirla con la *apotema* del polígono de la base.

Las pirámides se llaman *triangulares, cuadrangulares, pentagonales, hexagonales...* según sea el tipo de polígono de su base.

### Elementos de una pirámide:

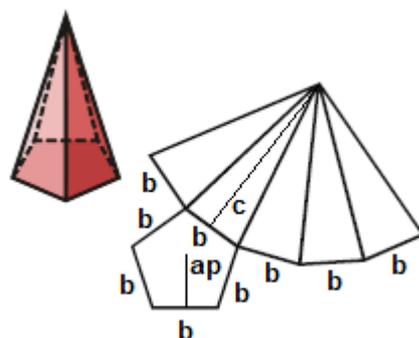
- **Base:** es un polígono cualquiera.
- **Altura (h):** es la distancia del vértice a la base.
- **Caras laterales:** son los triángulos que confluyen en el vértice.
- **Aristas de la base:** son los lados del polígono de la base.
- **Aristas laterales:** son los lados de las caras laterales.
- **Vértice:** es el punto donde concurren las caras laterales.
- **Apotema de la pirámide (c):** es la altura de los triángulos de las caras laterales de la pirámide. No se debe confundir con la altura de la pirámide.



### Área de una pirámide

A partir del *desarrollo plano* de una pirámide se puede calcular con claridad su **área**:

- **Área total ( $A_T$ ):** es la suma del *área lateral* ( $A_L$ ) más el *área de la base* ( $A_B$ ).
- **Área lateral ( $A_L$ ):** es la suma de las áreas de sus caras laterales, con  $n$  triángulos iguales. Es decir, el *perímetro de la base* ( $P$ ) por la *altura de los triángulos* ( $c$ ) partido por dos.



$$A_L = n \cdot \frac{b \cdot c}{2} = \frac{P \cdot c}{2}$$

- **Área de la base ( $A_B$ ):** su valor dependerá de la forma geométrica que tenga la base. Si fuera un polígono regular, sería igual al *perímetro* ( $P$ ) por la *apotema* ( $ap$ ) partido por dos.

$$A_T = A_L + A_B = \frac{P \cdot c}{2} + \frac{P \cdot ap}{2}$$

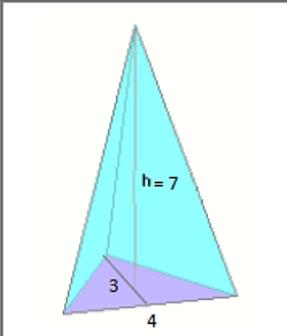
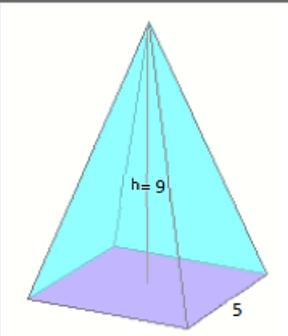
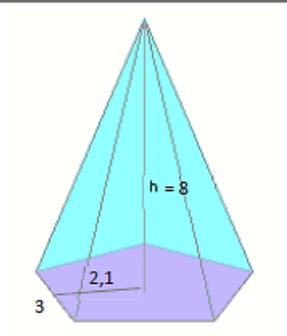
### Volumen de una pirámide

El **volumen de una pirámide** es igual a la tercera parte del producto del *área del polígono que forma su base* ( $A_B$ ) por la *altura* ( $h$ ). Es decir, el *volumen de la pirámide* es la tercera parte del *volumen del prisma* que tiene su misma *base* y *altura*:

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot h$$

Observa algunos ejemplos del cálculo del volumen de una pirámide.

Para calcular el **volumen de un tronco de pirámide**, debemos restar al *volumen de la pirámide inicial* el *volumen de pirámide que hemos truncado*.

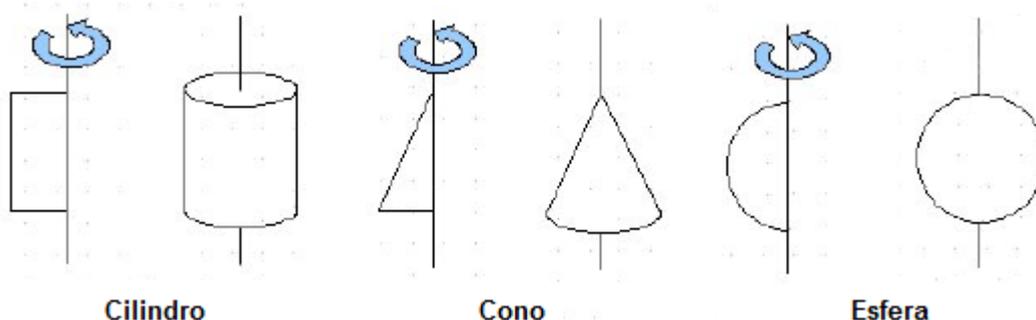
		
<p>Volumen igual a un tercio del área del triángulo morado por h</p> $A_{BASE} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6 \text{ cm}^2$ $\text{Volumen} = \frac{6 \cdot 7}{3} = 14 \text{ cm}^3$	<p>Volumen igual a un tercio del área del cuadrado morado por h</p> $A_{BASE} = 5^2 = 25$ $\text{Volumen} = \frac{25 \cdot 9}{3} = 75 \text{ cm}^3$	<p>Volumen igual a un tercio del área del pentágono morado h</p> $A_{BASE} = \frac{15 \cdot 2,1}{2} = 15,75 \text{ cm}^2$ $\text{Volumen} = \frac{15,75 \cdot 8}{3} = 42 \text{ cm}^3$

## 5.2. CUERPOS DE REVOLUCIÓN.

Los *cuerpos geométricos* que hemos estudiado hasta ahora tiene todas sus caras planas, pero también hay los que las tienen curvas. Estos son los *cuerpos de revolución*.

Los **cuerpos de revolución** son aquellos que se originan al girar una superficie plana alrededor de un eje, dando una vuelta completa. Los tres *cuerpos de revolución* más importantes, y que vamos a estudiar, son el **cilindro**, el **cono** y la **esfera**.

Si partimos de un *rectángulo* y lo hacemos girar sobre uno de sus lados obtenemos un *cilindro*. Si partimos de un *triángulo rectángulo* y lo hacemos girar sobre uno de sus catetos obtenemos un *cono*. Si partimos de un *semicírculo* y lo hacemos girar sobre el diámetro obtenemos una *esfera*.



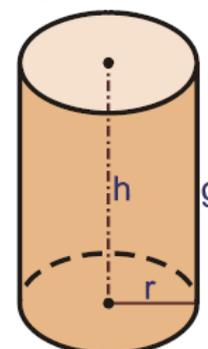
### 5.2.1. EL CILINDRO.

Un **cilindro recto** es un *cuerpo de revolución* que se obtiene al girar un *rectángulo* alrededor de uno de sus lados.

El **eje de rotación** es la recta sobre la que se sitúa el lado sobre el que gira y el lado paralelo a él es la **generatriz (g)**.

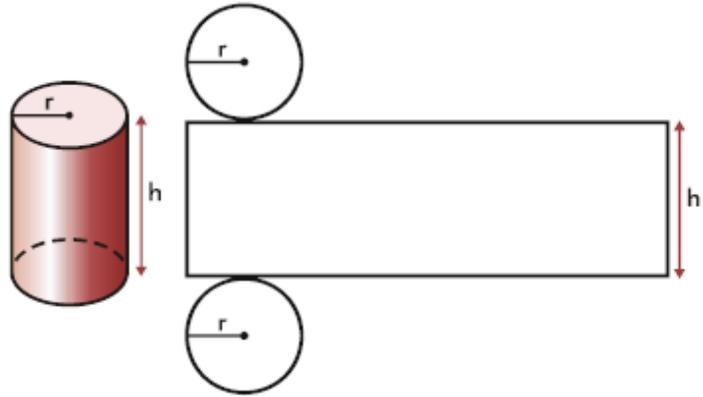
En un cilindro distinguimos la *superficie o área lateral* y dos *bases* que son dos *círculos* iguales. El **radio (r)** de estos círculos es el del cilindro.

La **altura (h)** del cilindro es la distancia entre las dos bases, que en el caso de un cilindro recto coincide con la *generatriz*.



La **superficie o área del cilindro ( $A_T$ )** es desarrollable en el plano, este desarrollo como puedes ver en la imagen se compone de:

- Un **rectángulo** que es el **área lateral ( $A_L$ )**.
- Dos **círculos**, uno por cada base, cuyo *radio* es el del cilindro. El área de cada círculo es el **área de la base ( $A_B$ )**.



### Área de un cilindro recto

A partir del *desarrollo plano* del cilindro se puede calcular con claridad su *área*:

- **Área lateral ( $A_L$ )**: es el área de un rectángulo en el que la base es la longitud de la circunferencia de la base,  $2 \cdot \pi \cdot r$ , y la altura,  $h$ , es la altura del cilindro.

$$A_L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

- **Área de la base ( $A_B$ )**: cada base, como es un círculo, tendrá un área de:

$$A_B = \pi \cdot r^2$$

**Área total = Área lateral + 2 · Área de la bases**

$$A_T = A_L + 2 \cdot A_B = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^2$$

### Volumen de un cilindro recto

Es el producto del *área de la base ( $A_B$ )* por su altura ( $h$ ):

$$V = A_B \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

## 5.2.2. EL CONO.

Un **cono recto** es un cuerpo de revolución que se obtiene al girar un *triángulo rectángulo* alrededor de uno de sus catetos.

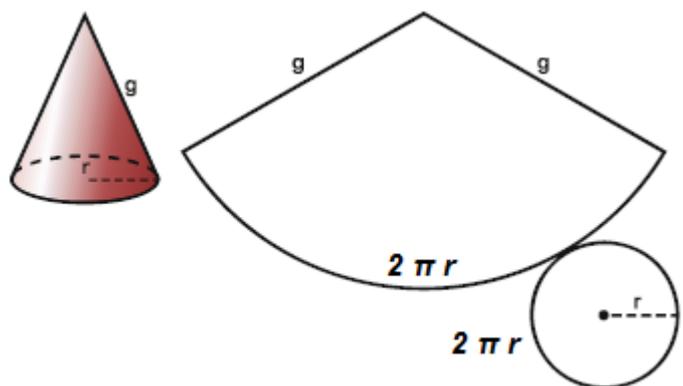
El **eje de rotación** es la recta sobre la que se sitúa el lado sobre el que gira y la *hipotenusa* es la **generatriz ( $g$ )**.

En un cono distinguimos la *superficie o área lateral* y una *base* que es un *círculo*. El punto en que se corta la *generatriz* y el *eje de rotación* es el **vértice**.

La **altura ( $h$ )** del cono es la distancia entre el vértice y la base.

La **superficie o área del cono** es desarrollable en el plano, este desarrollo como puedes ver en la imagen se compone de:

- Un **sector circular** que es la *superficie lateral*.
- Un **círculo** que corresponde a la *base*.



### Área de un cono

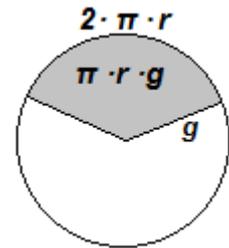
A partir del desarrollo de un cono se puede calcular con claridad su *área*:

- **Área lateral ( $A_L$ ):** es el área de un *sector circular* con longitud  $2 \cdot \pi \cdot r$  y radio la *generatriz*  $g$ .

Circunferencia completa  $2 \cdot \pi \cdot r \rightarrow$  área  $\pi \cdot g^2$

Arco de longitud  $2 \cdot \pi \cdot r \rightarrow$  área  $A_L$

$$A_L = \frac{2\pi r \cdot \pi g^2}{2\pi g} = \pi \cdot r \cdot g$$



- **Área de la base ( $A_B$ ):** corresponde al *área de un círculo*:

$$A_B = \pi \cdot r^2$$

Por lo tanto, el **área total ( $A_T$ )** de un cono es:

**Área total = Área lateral + Área de la base**

$$A_T = A_L + A_B = \pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2$$

### Volumen de un cono

El **volumen del cono** es una tercera parte del producto del *área del círculo de la base ( $A_B$ )* por la *altura ( $h$ )*. Es decir, el volumen de un cono es la tercera parte del volumen de un cilindro con la misma *base* y *altura*.

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

### 5.2.3. LA ESFERA.

Al girar un *semicírculo* (o un *círculo*) sobre uno de sus diámetros se genera una **esfera**.

La recta sobre la que se sitúa el diámetro es el *eje de revolución* y la *semicircunferencia* (o *circunferencia*) la **generatriz**.

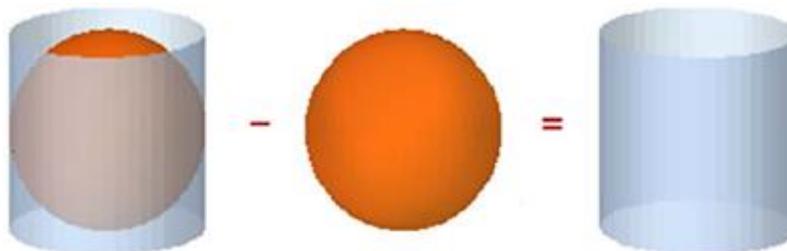
El **centro** y el **radio ( $r$ )** de la *esfera* son los mismos que los del *círculo* que la genera. El *radio* coincide con la distancia del centro a cualquier punto de la superficie de la esfera.



Esta propiedad caracteriza a la *esfera*, que es el conjunto de puntos que están a la misma distancia de un punto fijo, el *centro*. A diferencia de los *cuerpos geométricos* vistos anteriormente la *esfera no es desarrollable*.

### Área de una esfera

El **área de una esfera** es igual al área lateral de un cilindro que tiene el mismo radio de la esfera ( $r$ ) y una altura de longitud el diámetro de la esfera ( $2r$ ).



**Área de la esfera = Área lateral del cilindro circunscrito =  $2 \cdot \pi \cdot r \cdot 2r = 4 \cdot \pi \cdot r^2$**

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

### Volumen de una esfera

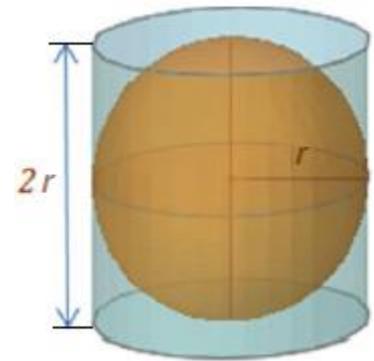
Como ocurría al calcular el área, también hay una relación entre el *volumen de una esfera* y el del *cilindro circunscrito*. El **volumen de la esfera** es igual a las dos terceras partes del volumen del cilindro en que está inscrita.

El **radio** del cilindro es el de la esfera,  $r$ . La **altura** del cilindro es el diámetro de la esfera,  $2r$ .

$$\text{El volumen del cilindro} = \pi \cdot r^2 \cdot 2r = 2 \cdot \pi \cdot r^3$$

El **volumen de la esfera** es:

$$V = \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$



## RESUMEN DEL TEMA 3

### 1. LOS SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN.

Las personas tenemos una necesidad innata de comunicarnos. Mucho antes de que apareciera el lenguaje escrito ya dibujábamos. El dibujo cubre esa necesidad humana de expresión y transmisión de ideas y sentimientos.

Los **sistemas de representación** son los medios que sirven para expresar gráficamente las ideas.

La **Geometría Descriptiva** es la parte de la Matemática que resuelve gráficamente el problema geométrico de representar un cuerpo tridimensional en un plano y poder construir un cuerpo tridimensional a partir de lo representado en un plano.

Existen cuatro *sistemas de representación*: **Planos Acotados**, **Diédrico**, **Axonométrico** y **perspectiva Cónica**. Nosotros nos centraremos en el Sistema diédrico que utiliza dos planos de proyección.

### 2. EL SISTEMA DIÉDRICO DE REPRESENTACIÓN.

El *sistema diédrico* es un sistema de representación que nos permite representar gráficamente sobre una superficie plana objetos situados en el espacio, mediante sus proyecciones sobre dos planos perpendiculares entre sí.

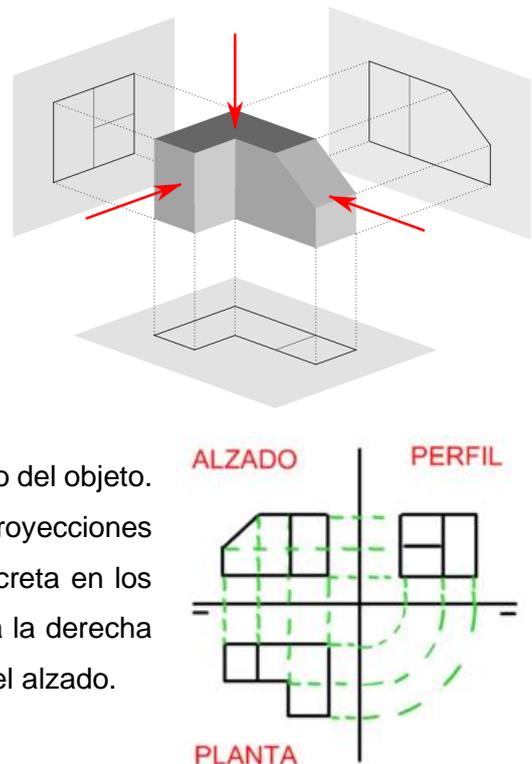
El **sistema diédrico**, se llama así porque utiliza dos *planos de proyección*, uno **horizontal (PH)** y otro **vertical (PV)** perpendiculares entre sí. La intersección de estos dos planos determina una línea llamada **línea de tierra (LT)** y sirve para referenciarlos con respecto a las dos vistas del sistema. Normalmente utilizamos un tercer plano auxiliar llamado *plano de perfil (PP)*.

#### Alzado, planta y perfil

Para captar todos los detalles de un objeto, en la mayoría de los casos, es suficiente obtener tres *vistas* que reciben el nombre de **alzado**, **planta** y **perfil**.

- **Alzado** es la vista frontal del objeto. Se escoge cómo alzado aquella vista que describe mejor las formas del objeto.
- **Planta** es la vista que se obtiene cuando observamos el objeto desde arriba.
- **Perfil** es la vista correspondiente al lateral izquierdo del objeto.

Una vez obtenidos el *alzado*, la *planta* y el *perfil*, las proyecciones del objeto tienen que quedar situadas de una forma concreta en los planos de proyección. El *perfil* (izquierdo) debe situarse a la derecha del *alzado* y a la misma altura que él y la *planta*, debajo del *alzado*.

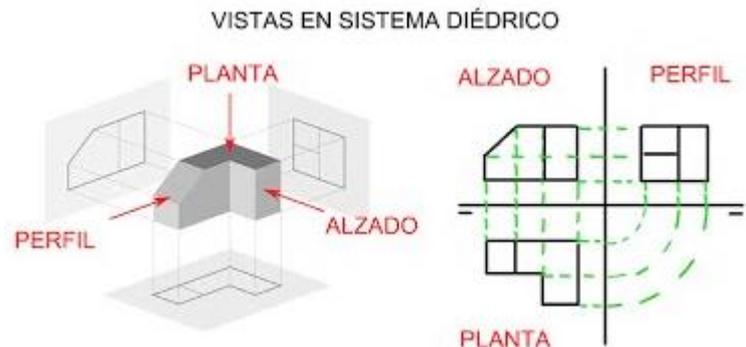


## 2.1. OBTENCIÓN DE LAS VISTAS DE UN OBJETO.

Denominamos **vistas de un objeto** a las *proyecciones ortogonales* (perpendiculares a los planos) de los objetos sobre los *planos de proyección* (*plano horizontal*, *plano vertical* y *plano de perfil*). Las **vistas principales de un objeto** son el **alzado**, **planta** y **perfil**.

Las vistas están relacionadas unas con otras:

- El ancho del *Alzado* es igual al ancho de la *Planta*.
- La altura del *Alzado* es igual a la altura del *Perfil*.
- El ancho del *Perfil* es igual a la altura de la *Planta*.



## 3. GEOMETRÍA DEL ESPACIO.

La naturaleza inventó las **formas geométricas** mucho antes de que el ser humano les pusiera nombre. Así, en vegetales y minerales es frecuente encontrar líneas rectas, polígonos, círculos, esferas, espirales, cubos, pirámides, etc.

De igual modo, es posible observar *formas geométricas* de todo tipo en los objetos diseñados y construidos por el ser humano.

Todos ellos son **cuerpos geométricos**, en unos casos están limitados por caras planas, **poliedros** y en otros son **cuerpos de revolución**.

En este tema vamos a estudiar este tipo de *cuerpos geométricos*, conocer sus propiedades, y calcular su área y volumen. Para entender bien los conceptos de esta unidad necesitaremos recordar ciertos conceptos de geometría de las *figuras planas*.

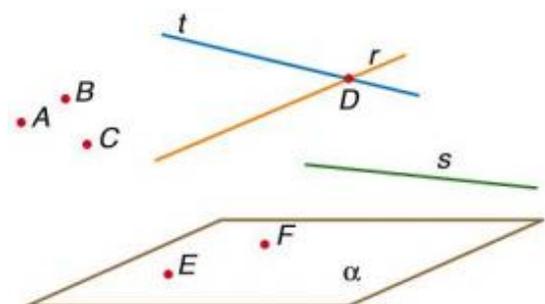
## 4. GEOMETRÍA DEL PLANO.

### 4.1. CONCEPTOS BÁSICOS DE LA GEOMETRÍA DEL PLANO.

Un **punto** es un elemento geométrico que no tiene longitud, anchura, ni altura, es decir, no tiene dimensión. Describe una posición determinada en el espacio, respecto de un sistema de coordenadas. Para representarlos se utilizan dos pequeños trazos que se cortan o un pequeño círculo y se nombran con letras mayúsculas: *A*, *B*, *C*...

Una **recta** es un conjunto infinito de puntos alineados que no tiene principio ni fin. Se representan mediante líneas y se nombran con letras minúsculas: *r*, *s*, *t*...

Un **plano** es un elemento geométrico que sólo tiene dos dimensiones y que contiene infinitos puntos y rectas. Se representan por medio de paralelogramos y se nombran con letras griegas:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ...



A partir de estos tres conceptos básicos definimos los siguientes:

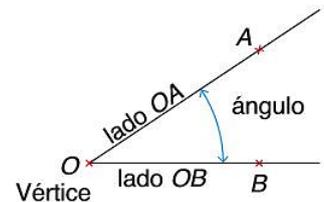
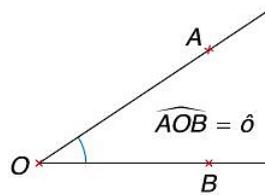
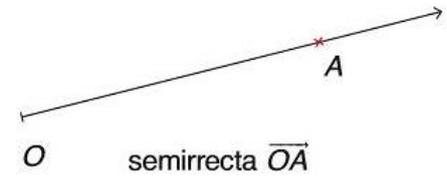
- Un **segmento** es la porción de recta limitada por dos puntos  $A$  y  $B$ , llamados extremos. Es decir,  $A$  es su principio y  $B$  es su final. Se representa como  $\overline{AB}$ .



- Una **semirrecta** es una parte de una recta que tiene principio u origen y no tiene fin. Se representa así,  $\overrightarrow{OA}$ .

De nuevo, a partir de estos conceptos podemos definir:

- Un **ángulo** es la parte del plano comprendida entre dos semirrectas con el mismo origen. Los lados de un ángulo son las dos semirrectas que lo delimitan,  $\overrightarrow{OA}$  y  $\overrightarrow{OB}$ . El vértice  $O$  es el origen común de las semirrectas. Los ángulos se nombran utilizando tres letras mayúsculas. Por ejemplo: el ángulo  $\widehat{AOB}$ .



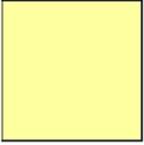
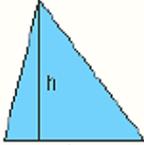
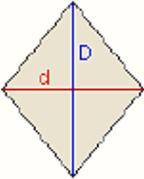
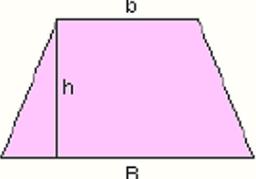
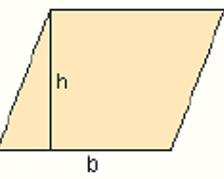
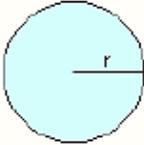
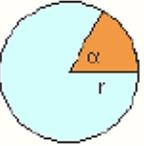
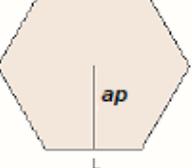
#### 4.2. FIGURAS PLANAS ELEMENTALES.

Antes de meternos en el estudio de los *cuerpos geométricos elementales* repasaremos algunas de las **figuras planas** que vamos a necesitar, así como sus *elementos*, *perímetro* y *área*.

El **perímetro** es la suma de la longitud de los lados de una *figura geométrica* y el **área** es el trozo de plano que queda encerrado por los lados de una *figura geométrica*.

Una **línea poligonal** es un conjunto de segmentos concatenados y pueden ser abierta o cerrada. La superficie contenida por una *línea poligonal* cerrada se llama **polígono**.

Un **paralelogramo** es un *cuadrilátero* (4 lados)

<b>Cuadrado</b>  L	<b>Triángulo</b>  h b	<b>Rectángulo</b>  h b
$A = l \cdot l = l^2$	$A = \frac{b \cdot a}{2}$	$A = b \cdot h$
<b>Rombo</b>  d D	<b>Trapezio</b>  b h B	<b>Paralelogramo</b>  h b
$A = \frac{D \cdot d}{2}$	$A = \frac{B + b}{2} \cdot h$	$A = b \cdot h_{ap}$
<b>Círculo</b>  r	<b>Sector circular</b>  alpha r	<b>Polígono regular</b>  L ap
$A = \pi r^2$	$A = \frac{\pi r^2 \cdot \alpha}{360}$	$A = \frac{P \cdot ap}{2}$
	$\alpha = \text{ángulo del sector}$	$P = \text{perímetro } ap = \text{apotema}$

cuyos pares de lados opuestos son iguales y paralelos dos a dos. El cuadrado, el rectángulo, el rombo son ejemplos de *paralelogramos*.

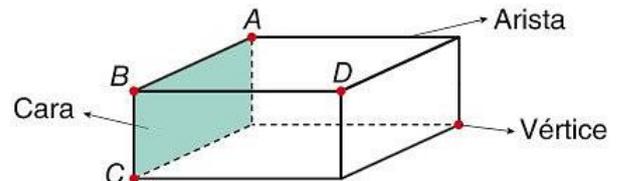
## 5. CUERPOS GEOMÉTRICOS.

Los **cuerpos geométricos** se dividen en **poliedros** (*poliedros regulares e irregulares*) y **cuerpos de revolución** (*cilindros, esferas y conos*).

### 5.1. POLIEDROS.

Un **poliedro** es un cuerpo geométrico en el que todas sus caras son *polígonos*. Los elementos de un *poliedro* son:

- **Caras:** son los polígonos que forman la superficie del poliedro.
- **Aristas:** son segmentos que resultan de la unión de las caras.
- **Vértices:** son los puntos donde se juntan tres o más aristas.

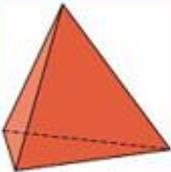
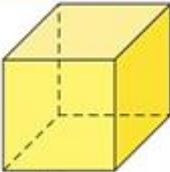
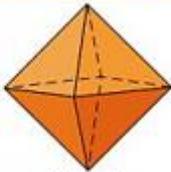
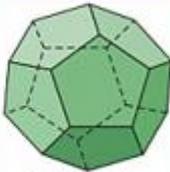
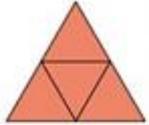
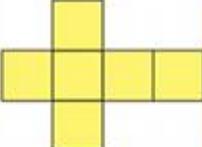
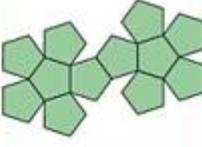
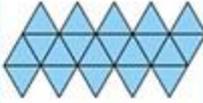


Dentro de los *poliedros*, según sean las caras, podemos distinguir:

- **Poliedros regulares:** cuando todas las caras son el mismo *polígono regular*.
- **Poliedros irregulares:** cuando las caras son *polígonos irregulares* o bien las caras son *polígonos regulares* diferentes entre sí.

#### 5.1.1. POLIEDROS REGULARES.

Dentro de todos los *poliedros* que existen hay unos pocos, concretamente cinco, que se les conoce como **poliedros regulares** o **sólidos platónicos**. Estos poliedros tienen una propiedad especial y es que todas sus caras están formadas por *polígonos regulares* iguales.

Poliedros regulares (solo hay cinco)					
Nombre poliedro	 Tetraedro	 Hexaedro	 Octaedro	 Dodecaedro	 Icosaedro
Desarrollo plano	 Caras: 4 Vértices: 4 Aristas: 6	 Caras: 6 Vértices: 8 Aristas: 12	 Caras: 8 Vértices: 6 Aristas: 12	 Caras: 12 Vértices: 20 Aristas: 30	 Caras: 20 Vértices: 12 Aristas: 30
Polígonos de las caras	Triángulos equiláteros	Cuadrados	Triángulos equiláteros	Pentágonos	Triángulos equiláteros

#### 5.1.2. POLIEDROS IRREGULARES.

Dentro de los **poliedros irregulares** vamos a estudiar el **prisma** y la **pirámide**.

## Prisma y pirámide

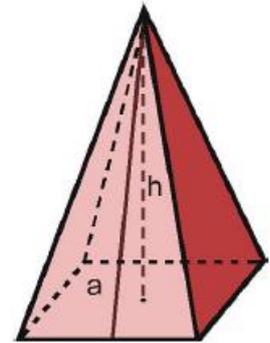
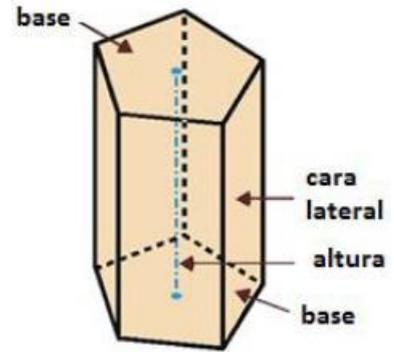
Un **prisma** es un *poliedro irregular* cuyas bases son dos *polígonos iguales* y sus caras laterales son *paralelogramos*. La *altura* ( $h$ ) es el segmento que une las dos bases. Si es perpendicular a ambas estamos ante un *prisma recto*, y si no fuera así, estaríamos ante un *prisma inclinado*.

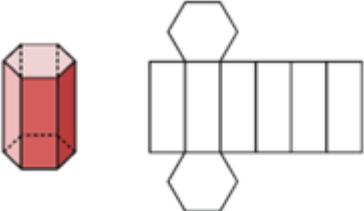
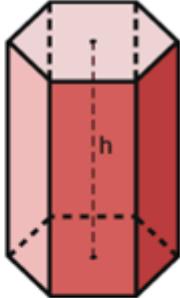
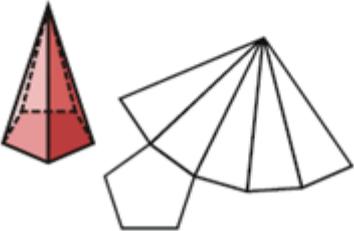
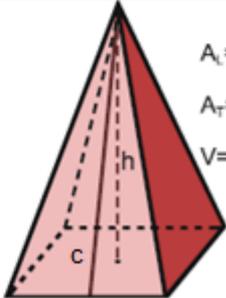
Si las *caras laterales* son todas iguales estamos ante un *prisma regular*. En caso contrario, se denomina *prisma irregular*.

La **pirámide** es un *poliedro irregular* que tiene una sola *base* formada por un *polígono* y *caras triangulares* que se juntan en un punto superior llamado *vértice*. La *altura* ( $h$ ) es el segmento que une el vértice con la base. Si es perpendicular a la base estamos ante una *pirámide recta*, y si no fuera así, estaríamos ante una *pirámide inclinada*. Dependiendo del polígono de la base tendremos *pirámides triangulares, cuadrangulares, etc.*

En el *prisma* y la *pirámide*, como en cualquier *cuerpo geométrico*, vamos a calcular siempre cuatro datos, el **área lateral ( $A_L$ )**, el **área de la base ( $A_B$ )**, el **área total ( $A_T$ )** y el **volumen ( $V$ )**.

A continuación se detallan las fórmulas para calcular los datos anteriores:



Cuerpo geométrico	Desarrollo	Área y volumen
<b>Prisma recto</b>		 $A_L = P \cdot h$ $A_T = P \cdot h + 2A_B$ $V = A_B \cdot h$
<b>Pirámide recta</b>		 $A_L = \frac{P \cdot c}{2}$ $A_T = \frac{P \cdot c}{2} + A_B$ $V = \frac{A_B \cdot h}{3}$

## 5.2. CUERPOS DE REVOLUCIÓN.

Un **cuerpo de revolución** es aquel que se genera tras hacer girar una *figura plana* sobre un *eje de simetría*. Al girar surge un *cuerpo geométrico* con superficies curvas por lo que también se les denomina *cuerpos redondos*.

En un *cuerpo de revolución* distinguimos las siguientes partes:

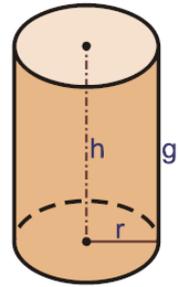
- **Base:** es el círculo de la figura geométrica.

- **Altura:** es el segmento perpendicular que une la base superior con la base inferior.
- **Generatriz:** es el lado de la figura, que al hacer el giro, crea el cuerpo de revolución.

Los tres *cuerpos de revolución* más importantes son: el **cilindro**, el **cono** y la **esfera**.

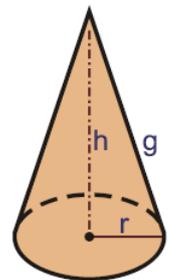
### 5.2.1. EL CILINDRO.

El **cilindro** es un *cuerpo de revolución* generado al girar un rectángulo sobre uno de sus lados. El lado paralelo será la **generatriz (g)**. La **altura (h)** es el segmento que une las dos bases. Si es perpendicular estamos ante un *cilindro recto*, como el de la figura y si no fuera así, estaríamos ante un *cilindro inclinado*.



### 5.2.2. EL CONO.

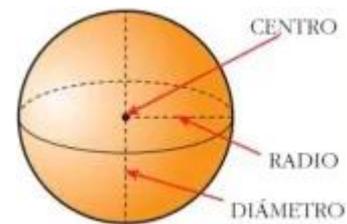
El **cono** es un cuerpo de revolución generado al girar un triángulo rectángulo sobre uno de sus catetos. La **generatriz (g)** es la hipotenusa. La **altura (h)** es el segmento que une el vértice con la base. Si es perpendicular estamos ante un *cono recto*, como el de la figura y si no fuera así, estaríamos ante un *cono inclinado*.



### 5.2.3. LA ESFERA.

La **esfera** es un *cuerpo de revolución* generado al girar un semicírculo o un círculo sobre su diámetro. Debemos conocer el **radio (r)** para realizar los cálculos necesarios con el fin de hallar el **área total** o el **volumen**.

Como en cualquier *cuerpo geométrico*, en los *cuerpos de revolución* vamos a calcular también el **área lateral (A<sub>L</sub>)**, el **área de la base (A<sub>B</sub>)**, el **área total (A<sub>T</sub>)** y el **volumen (V)**.



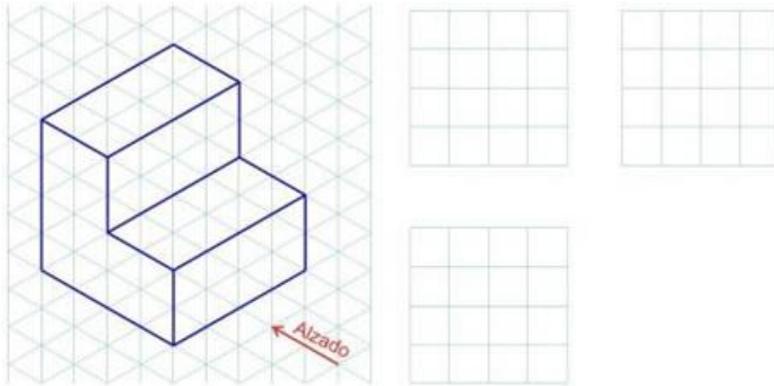
A continuación se detallan las fórmulas del *cilindro*, el *cono* y la *esfera*.

<p><b>Cilindro recto</b></p>		$A_L = 2\pi r \cdot h$ $A_T = 2\pi r \cdot h + 2\pi r^2$ $V = \pi r^2 \cdot h$
<p><b>Cono recto</b></p>		$A_L = \pi r \cdot g$ $A_T = \pi r \cdot g + \pi r^2$ $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$
<p><b>Esfera</b></p>		$A = 4\pi r^2$ $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

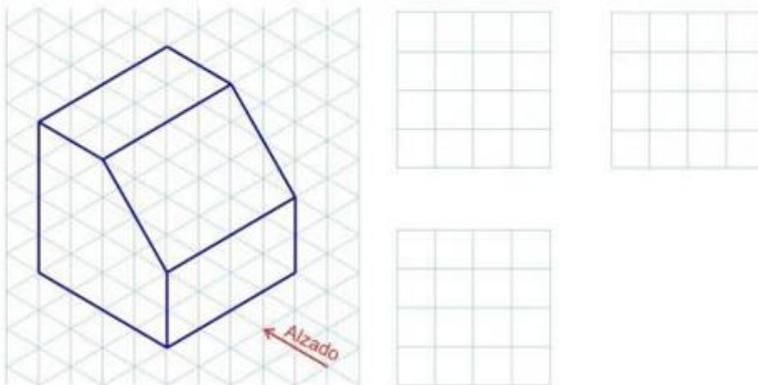
**ACTIVIDADES DEL TEMA 3: “GEOMETRÍA DEL ESPACIO. COORDENADAS GEOMÉTRICAS, SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN DE LOS CUERPOS EN EL ESPACIO. CÁLCULO DE LONGITUDES, ÁREAS Y VOLÚMENES DE LOS MISMOS”.**

1. Obtén el alzado, planta y perfil de las siguientes figuras:

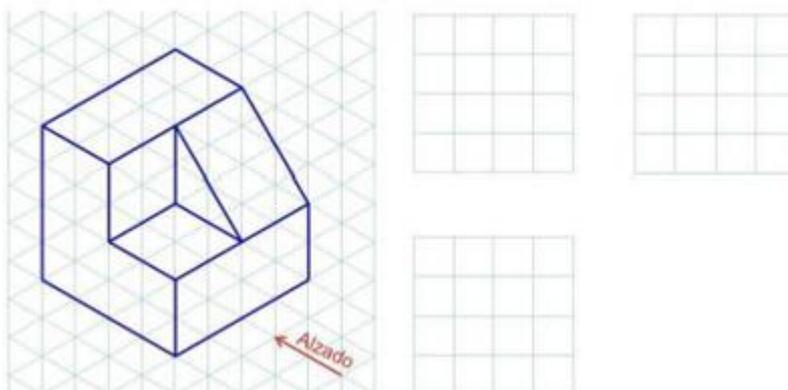
PIEZA N° 1



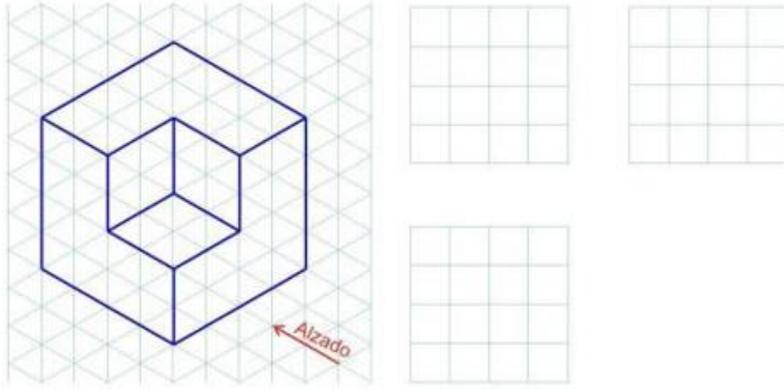
PIEZA N° 2



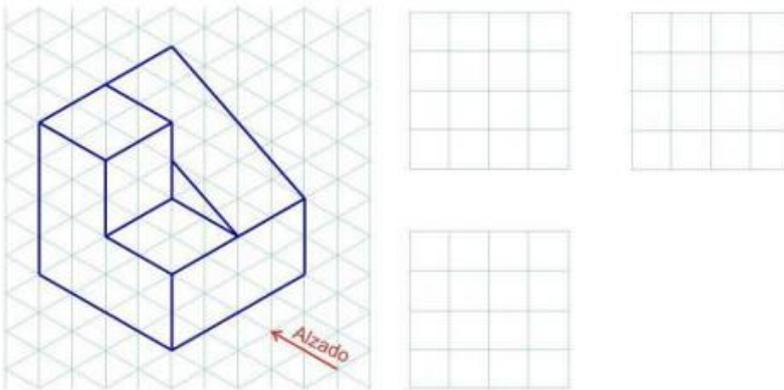
PIEZA N° 3



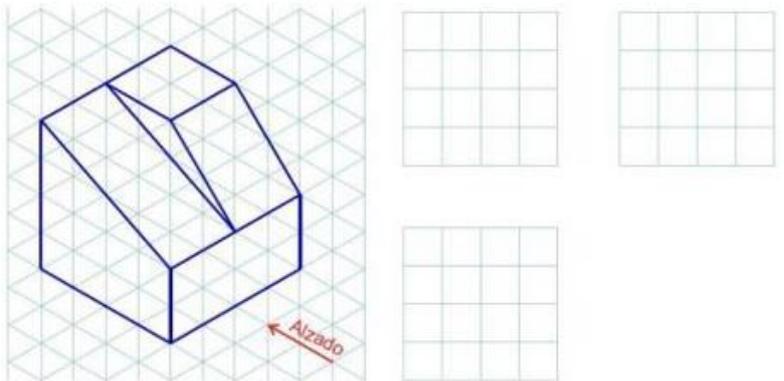
PIEZA N° 4



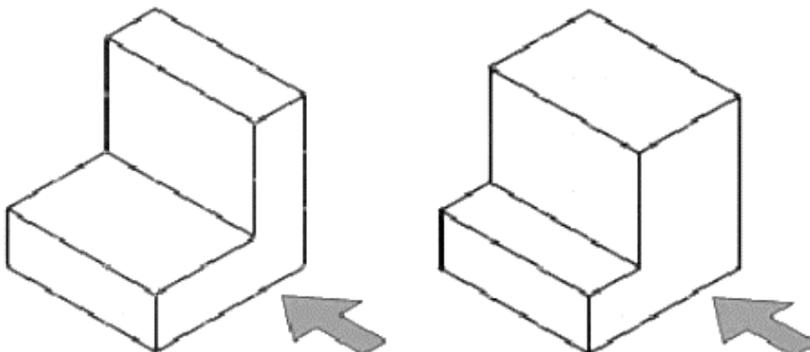
PIEZA N° 5



PIEZA N° 6



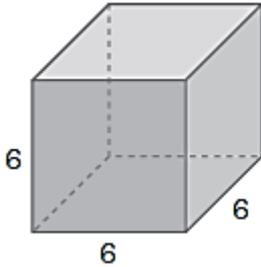
2. Dibuja las vistas de planta, perfil y alzado de las siguientes figuras:



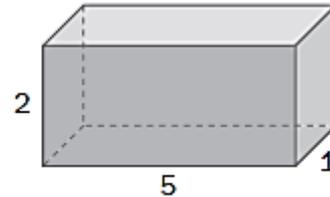
3. Calcula el área total de un prisma de base pentagonal, de altura 10 cm, lado de la base 4 cm y apotema 2,75 cm.

4. Calcula el área total del cubo y el ortoedro siguientes, cuyas longitudes vienen dadas en centímetros.

a)



b)



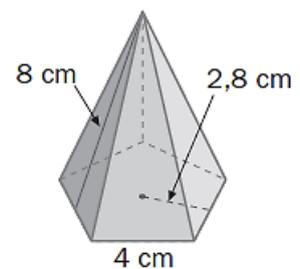
5. Calcula el área total de una pirámide cuadrangular de 4 cm de lado de la base y 6 cm de altura de los triángulos de las caras laterales.

6. Calcula el volumen de un prisma de 5 cm de altura cuya base es un hexágono regular de 4 cm de lado y 3,46 cm de apotema.

7. Calcula el volumen de una pirámide de 6 cm de altura que tiene como base un rectángulo cuyos lados miden 2 y 3 cm.

8. Calcula el área total y el volumen de un prisma de base rectangular cuyos lados miden 4 y 5 cm respectivamente, y su altura es de 10 cm.

9. Calcula el área total y el volumen de una pirámide pentagonal de 4 cm de lado, 2,8 cm de apotema y 8 cm de altura de los triángulos de las caras laterales.



10. ¿Cuántas losetas cuadradas de 20 cm de lado se necesitan para recubrir las caras de una piscina de 10 m de largo por 6 m de ancho y de 3 m de profundidad?

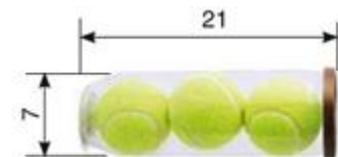
11. Calcula el volumen de agua de una piscina de 13 m de longitud y 5 m de anchura, sabiendo que se ha llenado hasta 1,5 m de altura.

12. La pirámide de Gizeh tiene una base cuadrada de 230 m de lado y 146,61 m de altura. ¿Cuál es su volumen?

13. El diámetro de un cilindro mide 5 cm, y su altura, el triple del radio. Calcular su área total.

14. El diámetro de un cono mide 12 cm, y su generatriz, 10 cm. Calcula su área total.
15. Calcula el área total y el volumen de un cilindro de 4 cm de diámetro y 6 cm de altura.
16. Sea un cono cuya generatriz mide 10 m y su radio es de 3 m. Calcula la altura del cono, su área total y su volumen.
17. ¿Cuánto debería cobrar un pintor por pintar el lateral de un depósito de agua cilíndrico de 3 m de altura y 4 m de diámetro, si cobra a 23€/m<sup>2</sup>?
18. Se ha excavado un pozo cilíndrico de 12 m de profundidad y 2 m de diámetro. ¿Qué cantidad de tierra hemos sacado?
19. Sabiendo que el radio de la tierra es de 6371 Km, calcula la superficie terrestre.
20. En un bote cilíndrico de 21 cm de altura caben 3 pelotas de tenis.

- a. ¿Qué volumen tiene el cilindro?
- b. ¿Qué volumen ocupan las tres pelotas?
- c. ¿Qué volumen de aire queda entre las pelotas y el bote?



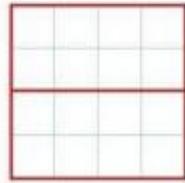
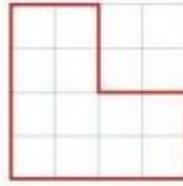
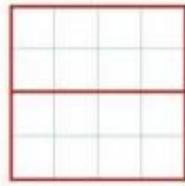
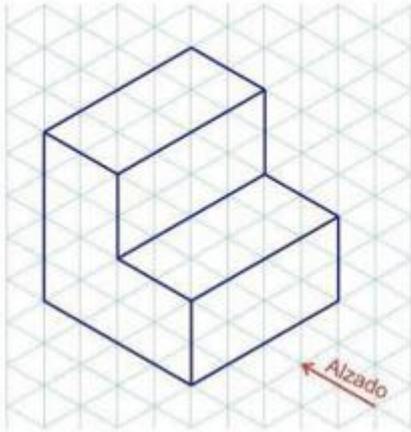
21. Calcula la cantidad de lámina de hojalata que es necesaria para fabricar un bote de refresco cuya base mide 6,5 cm de diámetro y cuya altura mide 11,5 cm.



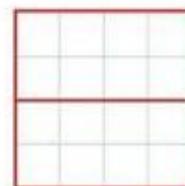
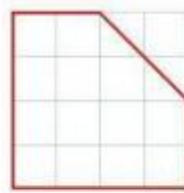
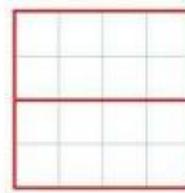
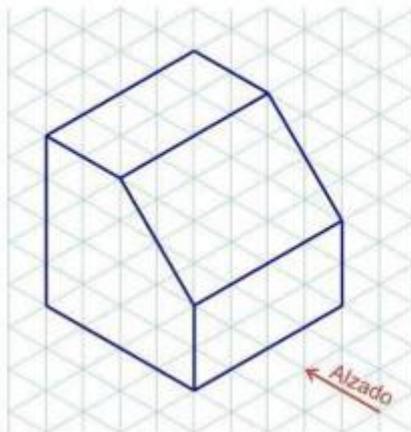
# SOLUCIONES

## 1. Soluciones:

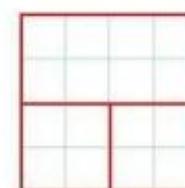
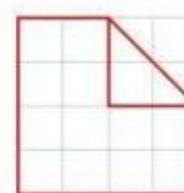
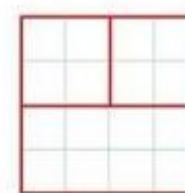
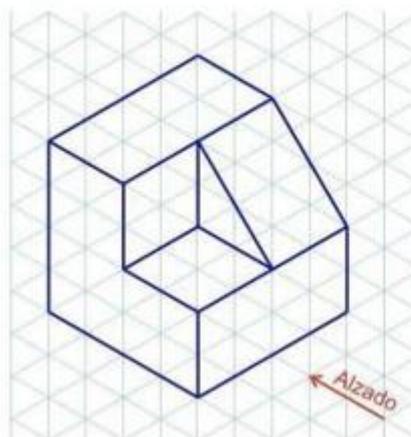
PIEZA N° 1



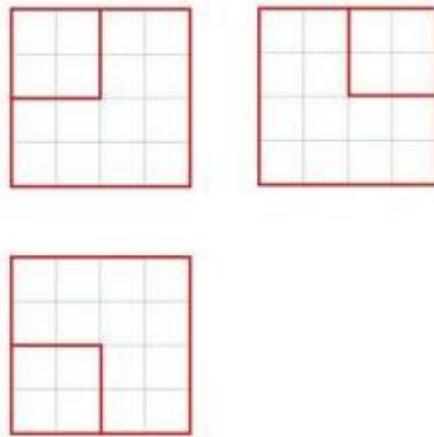
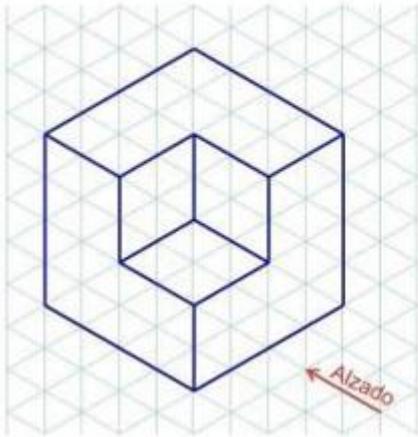
PIEZA N° 2



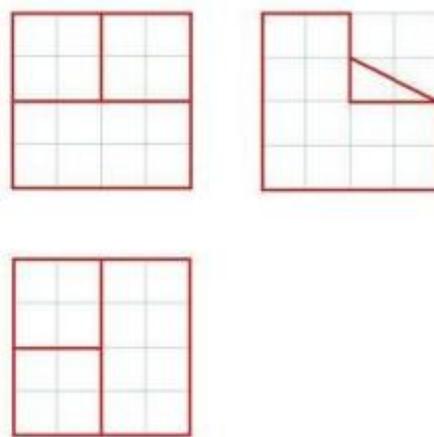
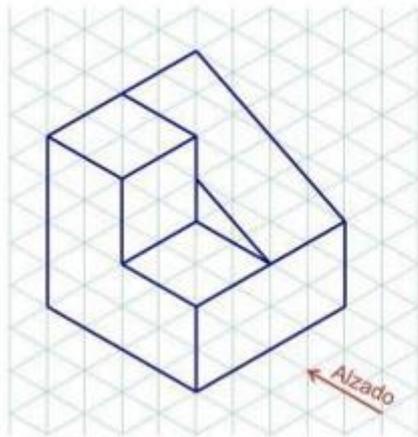
PIEZA N° 3



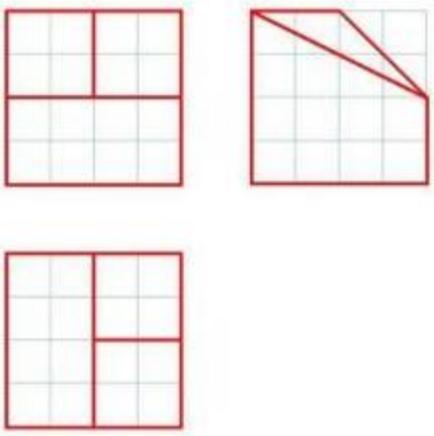
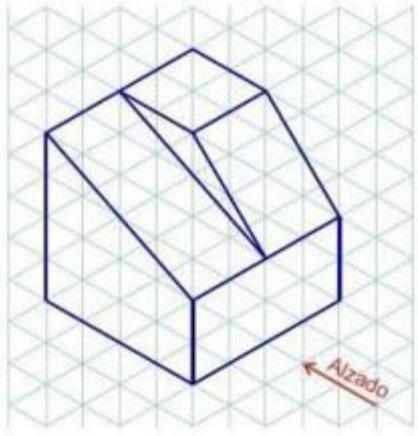
PIEZA N° 4



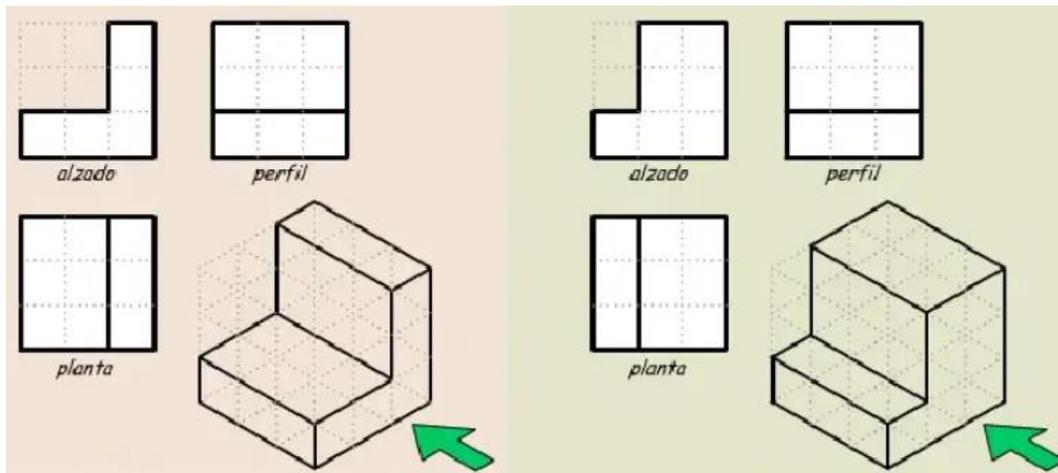
PIEZA N° 5



PIEZA N° 6



2. Soluciones:



### 3. Solución:

$$A_B = (P \cdot ap) / 2 = (4 \cdot 5 \cdot 2,75) / 2 = 27,5 \text{ cm}^2; A_L = P \cdot h = (4 \cdot 5) \cdot 10 = 200 \text{ cm}^2.$$

$$A_T = 2 \cdot A_B + A_L = 2 \cdot 27,5 + 200 = 255 \text{ cm}^2.$$

### 4. Soluciones:

a)  $A_T = 6 \cdot f = 6 \cdot 6^2 = 6 \cdot 36 = 216 \text{ cm}^2.$

b)  $A_B = 5 \cdot 1 = 5 \text{ cm}^2; A_L = P \cdot h = (2 \cdot 5 + 2 \cdot 1) \cdot 2 = 24 \text{ cm}^2.$

$$A_T = 2 \cdot A_B + A_L = 2 \cdot 5 + 24 = 34 \text{ cm}^2.$$

### 5. Solución:

$$\text{Perímetro} = P = 4 \cdot 4 = 16 \text{ cm.}$$

$$A_L = n \cdot \frac{b \cdot c}{2} = \frac{P \cdot c}{2} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 6}{2} = 48 \text{ cm}^2$$

$$A_B = 4 \cdot 4 = 16 \text{ cm}^2.$$

$$A_T = A_B + A_L = 16 + 48 = 64 \text{ cm}^2.$$

### 6. Solución:

$$A_B = (P \cdot ap) / 2 = (6 \cdot 4 \cdot 3,46) / 2 = 41,52 \text{ cm}^2 \rightarrow V = A_B \cdot h = 41,52 \cdot 5 = 207,6 \text{ cm}^3.$$

### 7. Solución:

$$A_B = b \cdot h = 2 \cdot 3 = 6 \text{ cm}^2 \rightarrow V = (A_B \cdot h) / 3 = (6 \cdot 6) / 3 = 12 \text{ cm}^3.$$

### 8. Soluciones:

$$A_B = b \cdot h = 4 \cdot 5 = 20 \text{ cm}^2; A_L = P \cdot h = (8 + 10) \cdot 10 = 180 \text{ cm}^2.$$

$$A_T = 2 \cdot A_B + A_L = 2 \cdot 20 + 180 = 40 + 180 = 220 \text{ cm}^2.$$

$$V = A_B \cdot h = 20 \cdot 10 = 200 \text{ cm}^3.$$

### 9. Soluciones:

$$A_B = (P \cdot ap) / 2 = (4 \cdot 5 \cdot 2,8) / 2 = 28 \text{ cm}^2.$$

$$A_L = (P \cdot c) / 2 = (4 \cdot 5 \cdot 8) / 2 = 80 \text{ cm}^2.$$

$$A_T = A_B + A_L = 28 + 80 = 108 \text{ cm}^2.$$

También habríamos llegado al mismo resultado con esta fórmula:

$$A_T = (P \cdot (ap + c)) / 2 = (4 \cdot 5 \cdot (2,8 + 8)) / 2 = 108 \text{ cm}^2.$$

$V = (A_B \cdot h) / 3 \rightarrow$  Para poder calcular el volumen debemos calcular antes la altura.

La altura (h), la apotema (ap) y la altura de los triángulos de las caras triangulares (c), forman un triángulo rectángulo, por tanto:

$$8^2 = h^2 + 2,8^2 \rightarrow h^2 = 8^2 - 2,8^2 = 64 - 7,84 = 56,16 \rightarrow h = \sqrt{56,16} = 7,49 \text{ cm}$$

$$V = (A_B \cdot h) / 3 = (28 \cdot 7,49) / 3 = \mathbf{69,61 \text{ cm}^3}.$$

#### 10. Solución:

Como es una piscina  $\rightarrow A_T = A_B + A_L$ .

$$A_B = \text{largo} \cdot \text{ancho} = 10 \cdot 6 = 60 \text{ cm}^2; A_L = P \cdot h = (2 \cdot 10 + 2 \cdot 6) \cdot 3 = 96 \text{ cm}^2$$

$$A_T = A_B + A_L = 60 + 96 = 156 \text{ m}^2.$$

$$A_{\text{LOSETA}} = 20 \cdot 20 = 400 \text{ cm}^2 = 0,04 \text{ m}^2.$$

$$\mathbf{N^\circ \text{ de losetas} = 156 / 0,04 = 3900 \text{ losetas.}}$$

#### 11. Solución:

$$\text{Área del rectángulo} = A_B = \text{largo} \cdot \text{ancho} = 13 \cdot 5 = 65 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Por tanto el volumen de agua de la piscina será: } V = A_B \cdot h = 65 \cdot 1,5 = \mathbf{97,5 \text{ cm}^3}.$$

#### 12. Solución:

$$A_B = l \cdot l = 230 \cdot 230 = 52900 \text{ m}^2 \rightarrow V = (A_B \cdot h) / 3 = (52900 \cdot 146,61) / 3 = \mathbf{2585223 \text{ m}^3}.$$

#### 13. Solución:

$$A_B = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (2,5)^2 = 19,63 \text{ cm}^2; A_L = P \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 2,5 \cdot 7,5 = 117,81 \text{ cm}^2.$$

$$\mathbf{A_T = 2 \cdot A_B + A_L = 2 \cdot 19,63 + 117,81 = 157,07 \text{ cm}^2.}$$

#### 14. Solución:

$$A_B = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 6^2 = 113,1 \text{ cm}^2; A_L = \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot 6 \cdot 10 = 188,49 \text{ cm}^2.$$

$$\mathbf{A_T = A_B + A_L = 113,1 + 188,49 = 301,59 \text{ cm}^2.}$$

#### 15. Soluciones:

$$A_B = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 2^2 = 12,56 \text{ cm}^2; A_L = P \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 6 = 75,4 \text{ cm}^2.$$

$$\mathbf{A_T = 2 \cdot A_B + A_L = 2 \cdot 12,56 + 75,4 = 100,52 \text{ cm}^2.}$$

$$V = A_B \cdot h = 12,56 \cdot 6 = \mathbf{75,36 \text{ cm}^3}.$$

#### 16. Soluciones:

Mediante el teorema de Pitágoras podemos calcular la altura:

$$h = \sqrt{10^2 - 3^2} = \sqrt{100 - 9} = \mathbf{9,54 \text{ m}}$$

$$\mathbf{A_T = A_B + A_L = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot 3^2 + \pi \cdot 3 \cdot 10 = 122,52 \text{ m}^2.}$$

$$V = A_B \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 3^2 \cdot 9,54 = \mathbf{269,77 \text{ cm}^3}.$$

#### 17. Solución:

El área lateral de un cilindro se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$A_L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 3 = 37,68 \text{ m}^2; \text{ Por tanto el precio que cobrará será:}$$

$$\mathbf{\text{Precio final} = 37,68 \text{ m}^2 \cdot 23 \text{ €/m}^2 = 866,4 \text{ €.}}$$

#### 18. Solución:

$$\text{El volumen de un cilindro es: } V = A_B \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 1^2 \cdot 12 = \mathbf{37,70 \text{ m}^3}.$$

#### 19. Solución:

Como la tierra tiene forma esférica, utilizaremos la fórmula del área de la esfera:

$$\text{Superficie terrestre} = A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 6371^2 = \mathbf{509805891 \text{ Km}^2}$$

## 20. Soluciones:

En primer lugar, el volumen del cilindro será:  $V_C = A_B \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot (3,5)^2 \cdot 21 = \mathbf{808,17 \text{ cm}^3}$ .

En segundo lugar, el volumen de las tres pelotas será:  $V_P = 3 \cdot (4 \cdot \pi \cdot r^3) / 3 = 538,78 \text{ cm}^3$ .

Por último, el volumen de aire que queda entre las pelotas será:  $V_A = V_C - V_P = 808,17 - 538,78 = \mathbf{269,39 \text{ cm}^3}$ .

## 21. Solución:

La lata de refresco se asemeja a un cilindro.

Su área lateral valdrá:  $A_L = P \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot 3,25 \cdot 11,5 = 234,83 \text{ cm}^2$ .

El área de la base valdrá:  $A_B = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (3,25)^2 = 33,18 \text{ cm}^2$ .

$A_T = 2 \cdot A_B + A_L = 2 \cdot 33,18 + 234,83 = \mathbf{301,19 \text{ cm}^2}$ .

## Parte nº8. Tema III-4.

# La función lineal y cuadrática como modelización de situaciones reales.

---

## ÍNDICE

- 1) Funciones: primeras ideas.
  - 2) Funciones lineal y afín
    - 2.1. Función lineal.
    - 2.2. Función afín.
    - 2.3. Funciones constantes.
    - 2.4. Líneas verticales.
    - 2.5. Los ejes.
  - 3) Función cuadrática.
  - 4) Uso de funciones lineales y cuadráticas para modelar situaciones.
    - 4.1. Modelos usando funciones lineales.
    - 4.2. Modelos usando funciones cuadráticas.
- 

### 1) Funciones: primeras ideas

Una función es como una máquina, en la que introducimos un valor y nos devuelve otro, que depende de una determinada regla matemática que permite su cálculo



Podemos definir una función usando lenguaje natural, por ejemplo:

“Toma un número natural y multiplícalo por dos”

Así, en este caso obtenemos la siguiente tabla asociada a esta función

Funcion: $x \rightarrow 2x$ $(f(x)=2x)$	
Origen: Número natural	Final: el doble
1	2
2	4
3	6

...	...
-----	-----

Otra manera para escribir la entrada y la salida de una función como un "par ordenado", como (7,14), donde la entrada siempre va primero y la salida después:

(entrada, salida)

Una definición formal de función sería:

“Una función es una relación entre dos magnitudes llamadas  $x$  e  $y$  en la que para cada valor de  $x$  existe un y sólo un valor de  $y$  posible”.

$x$  es la variable independiente.

$y$  es la variable dependiente porque su valor depende del valor de  $x$

En ocasiones, los datos que podemos encontrar en la vida real se pueden escribir en forma de tabla, relacionando dos valores, a modo de función, como podemos ver en los siguientes ejemplos.

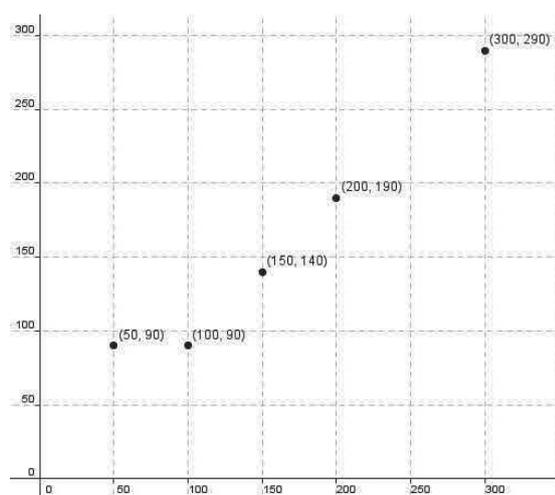
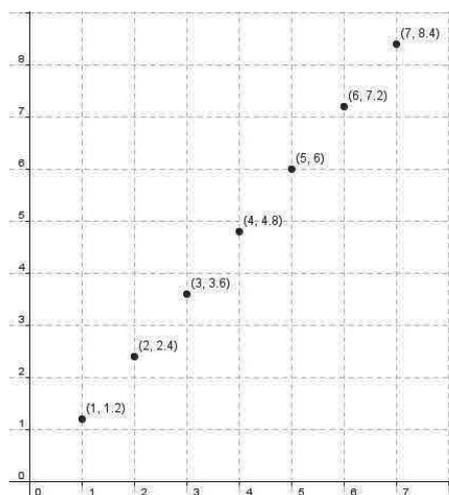
**Ejemplo 1:** en una frutería, un kilo de plátanos cuesta 1,20€, podemos construir una tabla para mostrar cuánto dinero gastaríamos en comprar otras cantidades de plátanos:

Kilos	1	2	3	4	5	6	7
Precio	1.20	2.40	3.60	4.80	6	7.20	8.40

**Ejemplo 2:** el precio del alquiler de un coche es de 90€, más 1€ por cada kilómetro recorrido durante los primeros cien kilómetros. En la siguiente tabla se muestra el precio en función del número de kilómetros recorridos:

Kilómetros	50	100	150	200	300
Precio	90	90	140	190	290

Utilizando estas tablas podemos representar los datos gráficamente, para ello, en primer lugar, necesitamos ordenar los datos, luego podemos tomar los pares y representarlos usando coordenadas, como podemos ver en los siguientes ejemplos.



En el caso de querer representar gráficamente una función, podemos comenzar construyendo una tabla, representar los puntos obtenidos en ella y después intentando unir esos puntos con una línea que contenga a todos los puntos de coordenadas  $(x, f(x))$ , esto, por lo general, no es sencillo, puesto que depende de la dificultad de la fórmula que define a la función. En este texto estudiaremos la representación gráfica de dos tipos de funciones: la función lineal/afín y la función cuadrática.

### Ejercicio 1

Durante un partido de baloncesto hemos tomado notas sobre los resultados, son los siguientes:

Tiempo (en minutos)	Equipo local	Equipo visitante
5	10	8
10	16	15
15	20	25
20	34	38
25	40	46
30	48	52
35	65	64
40	81	76

- Elaborar una tabla que contenga la diferencia entre los marcadores del equipo local y el visitante.
- Dibujar una gráfica con los datos del equipo local, una gráfica con los datos del equipo visitante y una gráfica que represente la diferencia.

### Ejercicio 2

Esta es la lista de precios de un aparcamiento que está abierto de 9 h a 22 h.

- Primera y segunda hora Gratis

- Tercera hora y consecutivas o fracción 1€ cada una
- Máximo diario 12€

Dibuja la gráfica de la función que relaciona el tiempo de estacionamiento con su precio.

## 2) Funciones representadas con una líneas recta

### 2.1 Función Lineal.

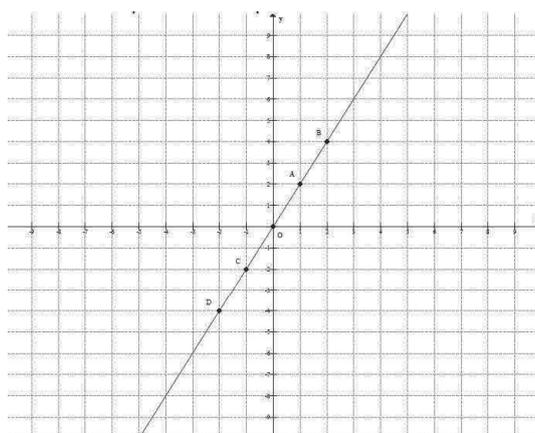
Su expresión es  $y = mx$ .

Comenzamos con un ejemplo, dibujaremos la gráfica de  $y = 2x$ .

- Primero hacemos una tabla con algunos puntos de  $y = 2x$

Valores para x	0	1	2	-1	-2
Resultados para y	0	2	4	-2	-4

- A continuación representamos los puntos y los unimos con una línea.

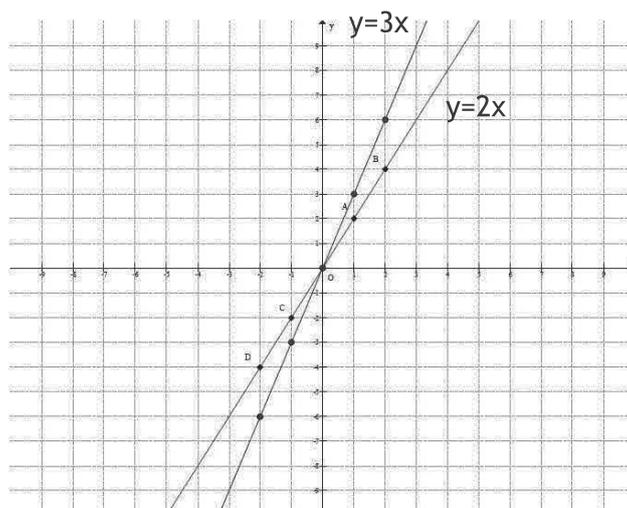


Ahora vamos a representar, en la misma cuadrícula la gráfica de  $y = 3x$ .

- Hacemos una tabla con algunos puntos de  $y = 3x$

Valores para x	0	1	2	-1	-2
Resultados para y	0	3	6	-3	-6

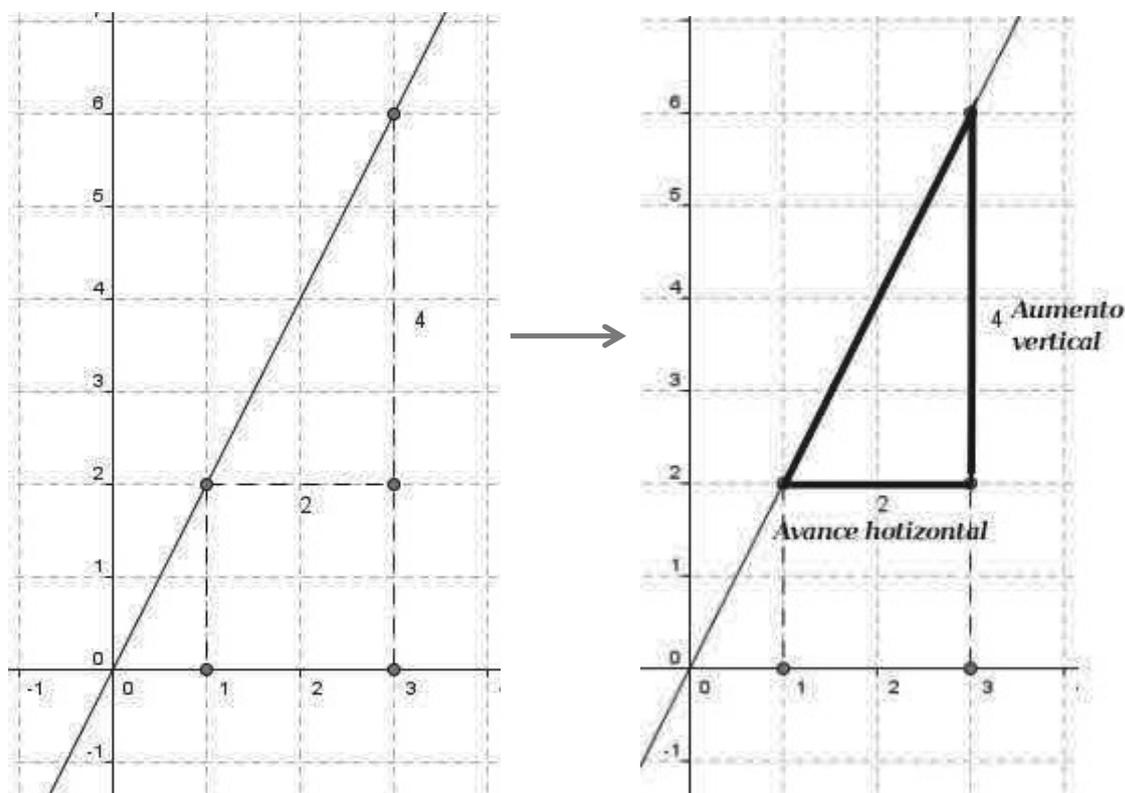
- Ahora, representamos los puntos de esta tabla y los unimos con una línea.



Como podemos ver, la línea  $y = 3x$  es más inclinada que  $y = 2x$ , el coeficiente  $x$  es la pendiente e indica la inclinación de la línea.

**¿Cómo podemos obtener la pendiente de una función conociendo su gráfica?**

Dada la gráfica de una función lineal, podemos seleccionar un triángulo, como vemos en la imagen:

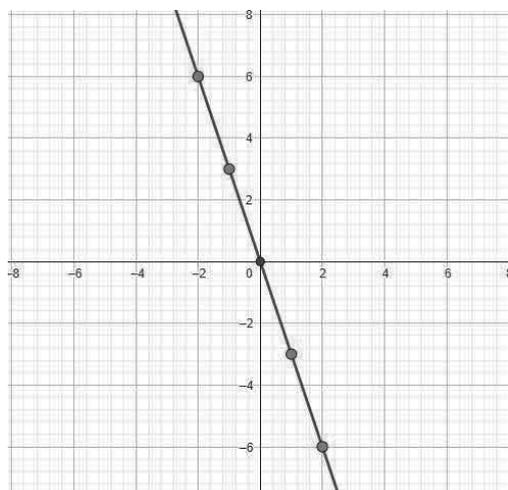


$$pendiente = \frac{\text{aumento vertical}}{\text{avance horizontal}} = \frac{4}{2} = 2$$

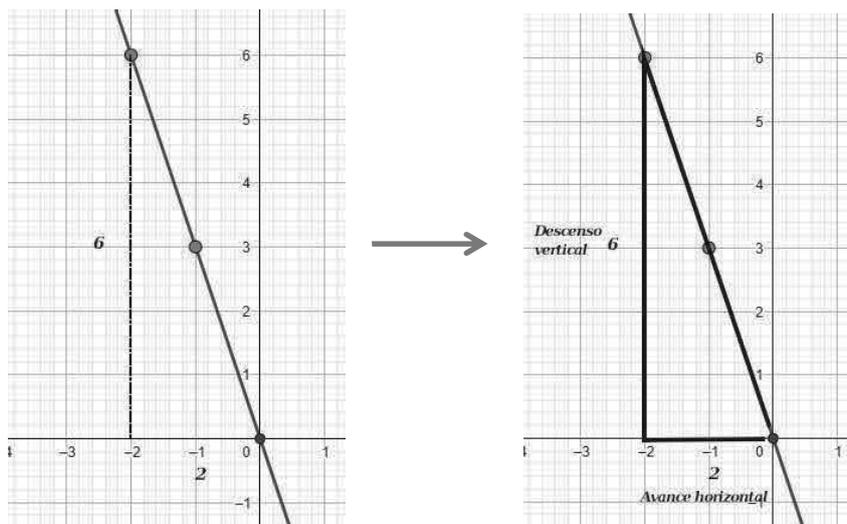
Ejemplo; si representamos la línea  $y=-3x$  tendremos:  
Tabla de valores:

Valores para x	0	1	2	-1	-2
Resultados para y	0	-3	-6	3	6

Representación gráfica:



Podemos seleccionar un triángulo cualquiera, como el que vemos en la imagen:



En este caso será:

$$pendiente = \frac{\text{aumento vertical}}{\text{avance horizontal}} = \frac{-6}{2} = -3$$

Como conclusión podemos decir que, dada una función lineal,  $y=m \cdot x$  :

- Si  $m > 0$ , entonces obtenemos funciones crecientes.
- Si  $m < 0$ , obtenemos funciones decrecientes.

## 2.2 Función Afín.

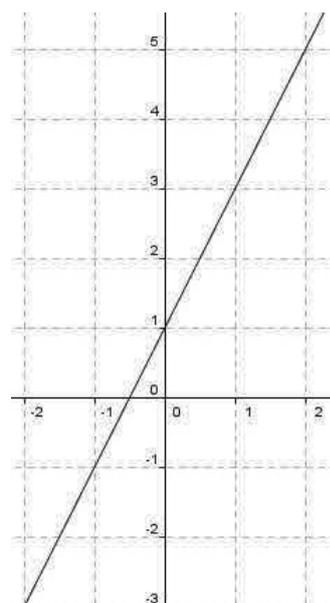
Su expresión es  $y = mx + n$ .

El proceso para representar este tipo de funciones es el mismo que el segundo en el apartado anterior, por ejemplo, para representar la función  $y = 2x + 1$ , podemos obtener algunos valores:

Valores para x	0	1	2	-1	-2
Resultados para y	1	3	5	-1	-3

Y la función es como podemos ver en la figura, sus características son:

- En este caso la recta no contiene el punto (0,0). Como podemos ver, el punto de corte con el eje OY es (0,1)
- También podemos obtener la pendiente, en este caso es 2.



En general, para una función  $y=mx+n$  podemos decir que:

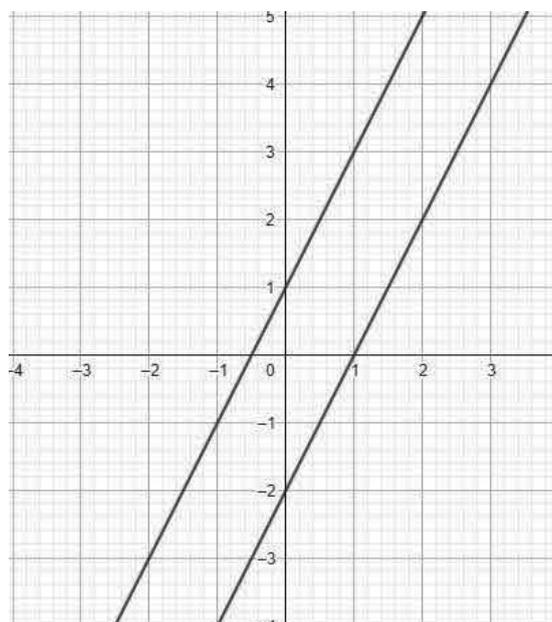
- Se corta el eje y en el punto (0,n), se dice que el punto de corte con el eje OY es n.
- La pendiente es m

Además, como ocurría en el caso de las funciones lineales, podemos decir que, si  $m>0$ , entonces obtenemos funciones crecientes y si  $m<0$ , obtenemos funciones decrecientes.

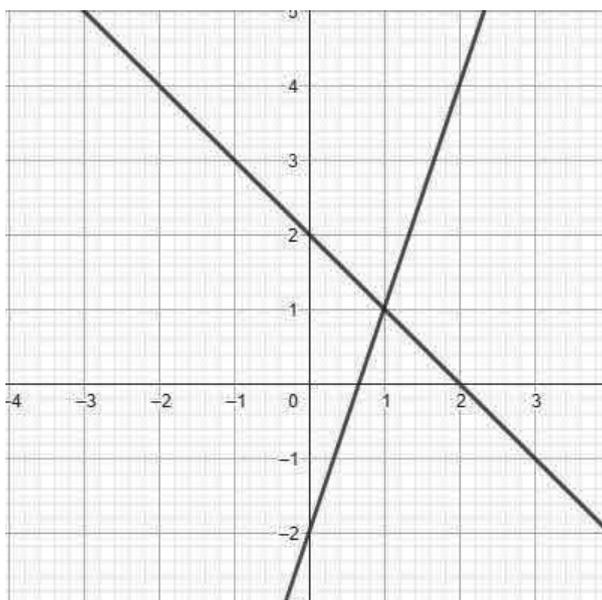
### El significado de la pendiente.

Usando el gradiente podemos comprobar si dos rectas son paralelas o si se cortan en un punto, por ejemplo:

- Si representamos las funciones  $y=2x+1$  e  $y = 2x - 2$  obtenemos dos rectas paralelas, es decir, con la misma pendiente.



- Si representamos las funciones  $y = 3x - 2$  e  $y = -x + 1$  obtenemos dos rectas con distinta pendiente, y que, por lo tanto, se cortan en un punto.



#### Calculo de los puntos de corte con los ejes.

En el caso de una función afín de ecuación  $y = mx + n$ , el cálculo de los puntos de corte con los ejes se realiza de la siguiente manera:

- Con el eje OX: en este caso el punto es de la forma  $(x, 0)$ , por lo que hay que hallar el valor de  $x$  que verifica  $y = 0$ , es decir,  $m \cdot x + n = 0$

$$m \cdot x + n = 0 \rightarrow m \cdot x = -n \rightarrow x = \frac{-n}{m}$$

Luego, el punto de corte es  $\left(\frac{-n}{m}, 0\right)$

**Ejemplo:** calculo del punto de corte de la recta  $y = 2x - 3$  con el eje OX.

$$2x - 3 = 0 \rightarrow 2x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

El punto de corte es:  $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ .

- Con el eje OY: ahora, el punto será de la forma  $(0, f(0))$ .

$$f(0) = m \cdot 0 + n = n$$

Luego, el punto de corte es  $(0, n)$

**Ejemplo:** calculo del punto de corte de la recta  $y = -x - 5$  con el eje OY.

$$f(0) = -0 - 5 = -5$$

El punto de corte es:  $(0, -5)$ .

### Calculo del punto de corte de dos rectas no perpendiculares.

Dada dos funciones lineales o afines, con distinta pendiente,  $y=mx+n$  e  $y=m'x+n'$  (con  $m \neq m'$ ) el cálculo del punto de corte se realiza resolviendo un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, en este caso usaremos el método de igualación:

$$\begin{cases} y = mx + n \\ y = m'x + n' \end{cases} \rightarrow mx + n = m'x + n' \rightarrow mx - m'x = n' - n \rightarrow$$

$$\rightarrow (m - m') \cdot x = n' - n \rightarrow x = \frac{n' - n}{m - m'}$$

Para calcular y sustituimos el valor de x obtenido en cualquiera de las funciones, por ejemplo:

$$y = m \cdot \left( \frac{n' - n}{m - m'} \right) + n$$

**Ejemplo:** calculo del punto de corte de las rectas  $y=-3x+1$  e  $y=4x-5$

$$\begin{cases} y = -3x + 1 \\ y = 4x - 5 \end{cases} \rightarrow -3x + 1 = 4x - 5' \rightarrow -3x - 4x = -5 - 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow -7x = -6 \rightarrow x = \frac{-6}{-7} = \frac{6}{7}$$

Calculamos y:

$$y = -3 \cdot \frac{6}{7} + 1 = \frac{-18}{7} + 1 = \frac{-18+7}{7} = \frac{-11}{7}$$

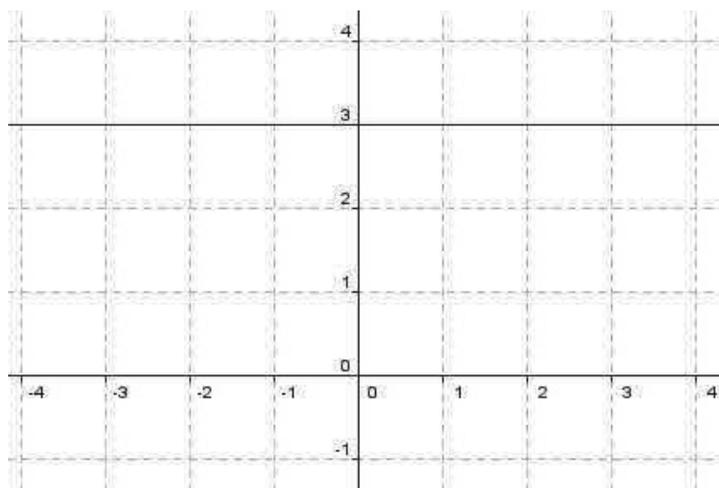
El punto de corte es:  $\left(\frac{6}{7}, \frac{-11}{7}\right)$ .

### 2.3 Funciones constantes.

Podemos encontrar funciones que toman el mismo valor para todos los puntos, por ejemplo  $y=3$ . En este caso la tabla sería:

Valores para x	0	1	2	-1	-2
Resultados para y	3	3	3	3	3

Como vemos en la tabla, ahora el valor de y no depende del valor de x, y podemos representar la función de esta manera:



En general podemos encontrar funciones constantes con la fórmula:  $y=n$ , cuya representación es una recta que pasa por el punto  $(0,n)$ , siendo  $n$  el punto de corte con el eje OY.

La pendiente es cero, porque no hay inclinación, es decir  $m=0$ .

#### 2.4 Líneas verticales.

La gráfica de  $x= 4$  es una recta vertical, porque todos los puntos de la recta tienen la coordenada  $x$  4.

Por lo tanto, tenemos  $(0, 4)$ ,  $(1, 4)$ ,  $(2,4)$  y así sucesivamente. La gráfica asociada no es una función porque un valor de  $x$  tiene más de un valor de  $y$ .

En general decimos que  $x=k$  es una recta vertical que pasa por el punto  $(k,0)$

#### 2.5 Los ejes.

Los ejes contienen puntos de la forma:

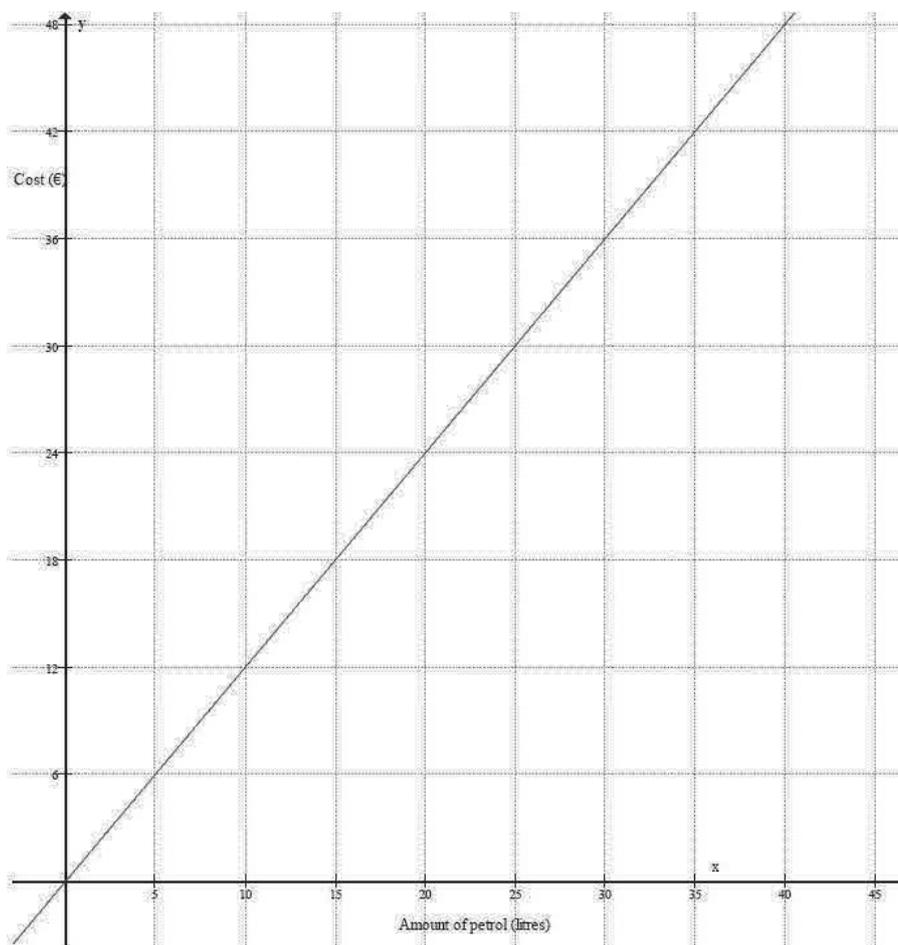
- El eje OX:  $(k,0)$ . Por ejemplo, los puntos  $(-2,0)$ ,  $(-1,0)$ ,  $(0,0)$ ,  $(1,0)$  y  $(2,0)$ , son puntos de este eje, y como vemos, la segunda coordenada siempre es cero, luego la ecuación del eje OX es  $y = 0$ .
- El eje OY:  $(0,n)$ . Por ejemplo, los puntos  $(0,-2)$ ,  $(0,-1)$ ,  $(0,0)$ ,  $(0,1)$  y  $(0,2)$ , son puntos de este eje, y como vemos, la primera coordenada siempre es cero, luego la ecuación del eje OY es  $x = 0$ .

#### Ejemplo

Cuando un coche se llena de gasolina, tanto la cantidad como el coste de la gasolina se muestran en el surtidor. Un litro de gasolina cuesta 1,20 €. Así, 2 litros cuestan 2,40 € y 5 litros cuestan 6 €. La siguiente tabla contiene algunos de estos valores:

Gasolina en litros	5	10	15	20	25	30
Precio en euros	6	12	18	24	30	36

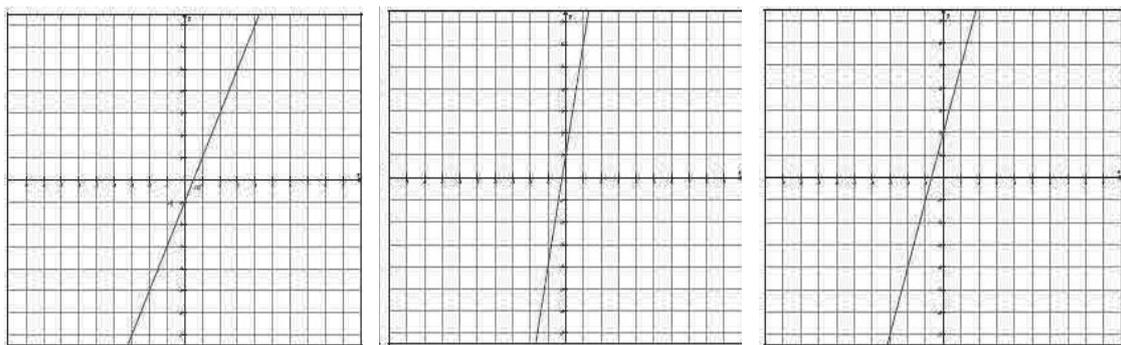
La información se puede representar gráficamente, como se muestra a continuación.



Observa que por cada 5 litros que aparecen en la gráfica, la gráfica sube 6€, por lo tanto la pendiente será  $m = \frac{6}{5}$ , y el punto de corte con el eje OY es (0,0), por lo que  $n=0$ . En consecuencia, la función es lineal y su expresión es:  $y = \frac{6}{5} \cdot x$

### **Ejercicio 3**

Asigna a cada ecuación la representación gráfica que le corresponde y explica cómo hiciste tu elección.



$$y = 3x + 2$$

$$y = 2x - 1$$

$$y = 5x + 1$$

#### Ejercicio 4

Responde "verdadero" o "falso" en cada caso:

- a)  $y = 5x$  es más pronunciado que  $y = 3x$
- b)  $y = 2x$  es paralelo a  $y = 2x + 4$
- c)  $y = 4x$  es más pronunciado que  $y = x - 5$
- d)  $y = 2x$  es paralela a  $y = x + 2$ .

#### Ejercicio 5

Dibuja la gráfica de  $y=3x-2$  para valores de  $x$  de  $-1$  a  $2$ . ¿Cuáles son las coordenadas del punto donde la gráfica cruza el eje  $y$ ?

#### Ejercicio 6

Dibuja la gráfica de  $y=5-2x$  para valores de  $-2$  a  $3$ . Usa tu gráfica para encontrar:

- a) el valor de  $y$  cuando  $x=0$
- b) el valor de  $x$  cuando  $y=0$
- c) el valor de  $x$  cuando  $y=8$

#### Ejercicio 7

Escribe la pendiente y la intersección con el eje  $y$  para cada una de las siguientes gráficas.

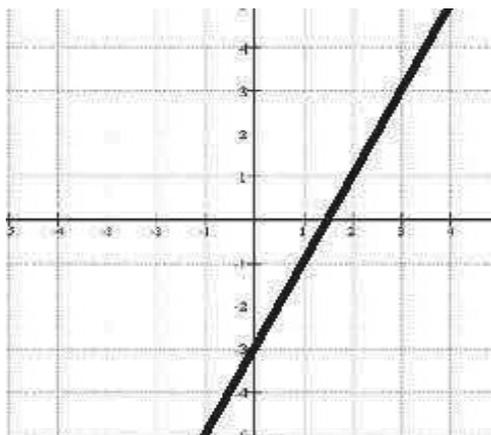
- a)  $y=3x+5$       b)  $y=4x-1$       c)  $y=6-x$

#### Ejercicio 8

Escribe la ecuación de la recta que tiene pendiente  $-7$  y corta al eje  $y$  en el punto  $(0,4)$

#### Ejercicio 9

Encuentra la ecuación de la recta que se muestra en esta gráfica.



### 3) Funcion cuadrática

Una función cuadrática es aquella función en la que la relación entre las dos variables viene dada por la expresión:

$$y = f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

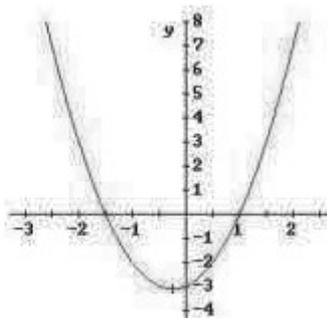
La gráfica de este tipo de funciones se llama parábola

- Si el coeficiente líder o cuadrático es positivo ( $a > 0$ ), la parábola está abierta hacia el eje Y positivo, se dice entonces que es una gráfica convexa.

Por ejemplo:

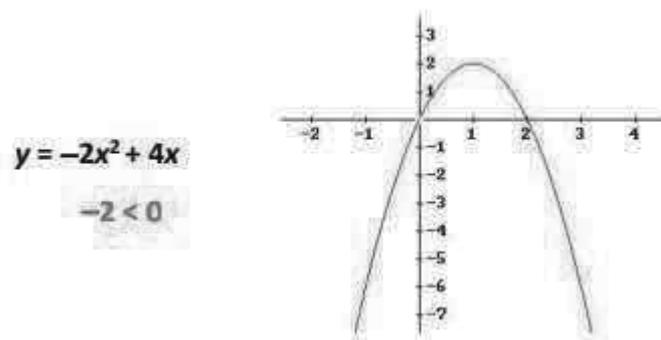
$$y = 2x^2 + x - 3$$

$2 > 0$



- Si el coeficiente líder o cuadrático es negativo ( $a < 0$ ), la parábola está abierta hacia el eje Y negativo, en este caso se dice que es una gráfica cóncava.

Por ejemplo:



Los coeficientes b y c afectan a la posición que ocupa la parábola respecto a los ejes.

### Calculo de los puntos de corte con los ejes.

En el caso de una función cuadrática de ecuación  $y = ax^2 + bx + c$ , el cálculo de los puntos de corte con los ejes se realiza de la siguiente manera:

- Con el eje OX: en este caso el punto es de la forma  $(x,0)$ , por lo que hay que hallar el valor de x que verifica  $y=0$ , es decir, resolver la ecuación de segundo grado  $ax^2 + bx + c = 0$ . Las soluciones de las ecuaciones de segundo grado se obtienen aplicando la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Hay que tener cuidado con los signos, ya que "-b" quiere decir que hay que cambiarle el signo a "b".

También es conveniente tener en cuenta que, esta fórmula puede dar como resultado dos valores, un valor o ninguno, dependiendo de:

- ◆ Si  $b^2 - 4ac > 0 \rightarrow$  Dos soluciones

En este caso habrá dos puntos de corte:  $\left(\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, 0\right)$  y  $\left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, 0\right)$

- ◆ Si  $b^2 - 4ac = 0 \rightarrow$  Una solución

En este caso habrá un solo punto de corte:  $\left(\frac{-b}{2a}, 0\right)$

- ◆ Si  $b^2 - 4ac < 0 \rightarrow$  Sin solución

En este caso no hay puntos de corte con el eje OX

**Ejemplo:** calculo de los puntos de corte de la función cuadrática  $y = 2x^2 + x - 3$  con el eje OX.

- ◆ En este caso  $a=2$ ,  $b=1$  y  $c=-3$

- ◆ Aplicamos la fórmula:  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3)}}{2 \cdot 2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-1 \pm 5}{4}$

Obtendremos dos soluciones:  $x_1 = \frac{-1-5}{4} = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2}$  y  $x_2 = \frac{-1+5}{4} = \frac{4}{4} = 1$

Hay dos puntos de corte, que son:  $(\frac{-3}{2}, 0)$  y  $(1,0)$ .

**Ejemplo:** calculo de los puntos de corte de la función cuadrática

$y = x^2 - 4x + 4$  con el eje OX.

◆ En este caso  $a=1$ ,  $b=-4$  y  $c=4$

◆ Con la fórmula:  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{4 \pm 0}{2} = \frac{4}{2} = 2$

En este caso obtenemos una sola solución.

Hay un punto de corte, que es:  $(2,0)$ .

**Ejemplo:** calculo de los puntos de corte de la función cuadrática

$y = 3x^2 + 4$  con el eje OX.

◆ En este caso  $a=3$ ,  $b=0$  y  $c=4$

◆ Aplicando la fórmula:  $x = \frac{0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4}}{2 \cdot 3} = \frac{4 \pm \sqrt{-48}}{2}$

Como la raíz de un número negativo no se puede hacer en el conjunto de los números reales, en este caso no hay solución.

Por lo tanto, no hay puntos de corte con el eje OX.

- Con el eje OY: ahora, el punto será de la forma  $(0, f(0))$ .

$$f(0) = a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = c$$

Luego, el punto de corte es  $(0, c)$

**Ejemplo:** calculo del punto de corte de la función cuadrática  $y = 2x^2 + x - 3$  con el eje OY.

$$f(0) = 2 \cdot 0 + 0 - 3 = -3$$

El punto de corte es:  $(0, -3)$ .

### Vértice de una parábola

Como puede observarse en las imágenes, una función cuadrática tiene un trozo (rama) que crece y otro que decrece. El punto donde se produce el cambio de crecer a decrecer, o de decrecer a crecer, se llama vértice y es el mayor (máximo) o menor (mínimo) valor que toma la función.

Podemos decir que este punto es el más significativo en una parábola, y por eso es importante saber calcularlo. Para ello, le damos a la variable independiente el valor  $x =$

$\frac{-b}{2a}$ , y lo sustituimos en la función para calcular “y”.

Dicho valor es fácil de recordar puesto que es lo mismo que aparece en la fórmula de las ecuaciones de 2º grado quitándole la raíz cuadrada, y se obtiene precisamente por el carácter de máximo o mínimo que tiene el vértice

**Ejemplo:**

Determinar las coordenadas del vértice de la función cuadrática  $y = x^2 - 6x + 5$ . En este caso  $a=1$ ,  $b=-6$  y  $c=5$ . Y tendremos:

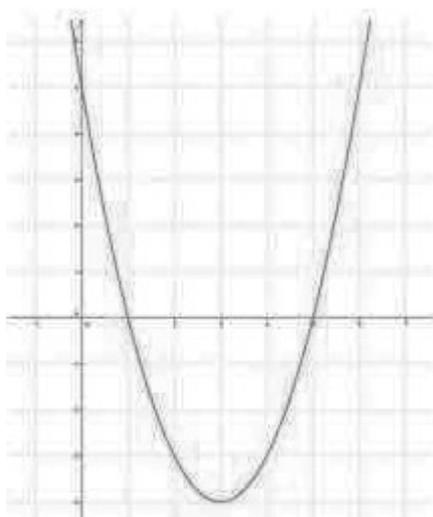
$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2 \cdot 1} = 3 \qquad y = f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 5 = 9 - 18 + 5 = -4$$

El vértice es el punto (3,-4).

Como  $a=1 > 0$ , la gráfica en este caso es convexa. También podemos construir una tabla de valores:

	Vértice				
Valores para x	3	1	5	0	6
Resultados para y	-4	0	0	3	5

La representación gráfica es:



**Ejemplo:**

Determinar las coordenadas del vértice y representa gráficamente la función cuadrática  $y = -3x^2 + 6x - 4$ .

En este caso  $a=-3$ ,  $b=6$  y  $c=-4$ . Tendremos:

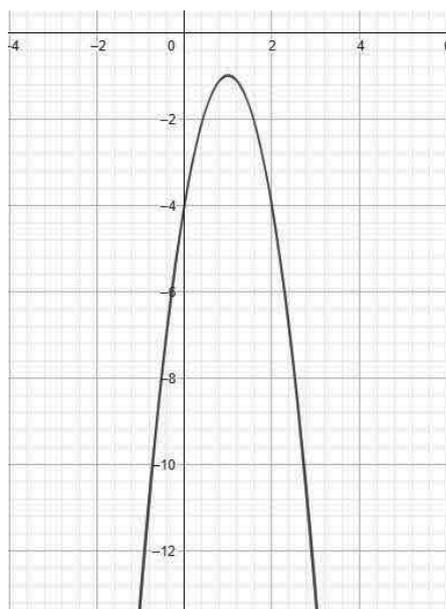
$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2 \cdot (-3)} = \frac{-6}{-6} = 1 \qquad y = f(1) = -3 \cdot 1^2 + 6 \cdot 1 - 4 = -3 + 6 - 4 = -1$$

El vértice es el punto (1,-1).

Como  $a=-3<0$ , la gráfica en este caso es cóncava.  
 Construimos una tabla de valores:

	Vértice				
Valores para x	1	0	-1	2	3
Resultados para y	-1	-4	-13	-4	-13

La representación gráfica es:



### Ejercicio 10

Dada la función cuadrática:  $y = 2x^2 - 8$

- Determina sus puntos de corte con el eje OX
- Determina su punto de corte con el eje OY
- Calcula su vértice
- Completa la tabla

	Vértice				
Valores para x		1	2	-1	-2
Resultados para y					

- Haz su representación gráfica

### Ejercicio 11

Dada la función cuadrática:  $y = x^2 - 2x + 2$

- Determina sus puntos de corte con el eje OX
- Determina su punto de corte con el eje OY

c. Calcula su vértice

d. Completa la tabla

	Vértice				
Valores para x		2	3	0	-1
Resultados para y					

e. Haz su representación gráfica

#### 4) Uso de funciones lineales y cuadráticas para modelizar situaciones

Podemos expresar situaciones de la vida real utilizando funciones matemáticas, lo que permite añadir un punto de vista diferente ante una situación problemática, punto de vista que puede ayudar a buscar nuevas soluciones o a avanzar en su búsqueda.

Cuando se utiliza una expresión matemática para representar una situación problemática, con la intención de resolverla, o ayudar a su resolución, se dice que se está usando un modelo matemático, en este campo, son de especial utilidad las funciones, puesto que sus gráficas suelen ser fáciles de interpretar y suelen aportar ideas para avanzar en la resolución de un problema.

##### 4.1 Modelos usando funciones lineales.

Las funciones más simples son generalmente modelos lineales. Por ejemplo, la ecuación  $y = 3x$  podría usarse para representar cuánto dinero recaudarías si vendieras  $x$  pulseras por 3 € cada una.

Muchas situaciones se pueden modelar con funciones lineales, sobre todo si en la situación que se trata de modelar aparece una proporción de aumento o disminución constante, en el ejemplo anterior, esta proporción serían 3 euros de aumento por cada pulsera vendida. Estas funciones sirven para modelizar situaciones de cambio constante, bien de aumento o de disminución.

##### Ejemplo

Una empresa de alquiler de vehículos ofrece dos fórmulas diferentes.

Fórmula 1: Lo alquila por 300 euros al día con kilometraje ilimitado.

Fórmula 2: Lo alquila por 200 euros al día, con un coste fijo inicial de 1000 €.

Queremos hacer un viaje de 10 días, ¿cuánto nos costará con cada una de las fórmulas?

Como no sabemos el kilometraje exacto que acabaremos haciendo, nos interesa hacer un estudio para saber la fórmula más beneficiosa. La función que corresponde a cada fórmula es:

- Fórmula 1:  $y = 300 \cdot x$
- Fórmula 2:  $y = 200 \cdot x + 1000$

En ambos casos  $x$  es el número de días. Para hacer una comparativa, completaremos una tabla de valores para cada fórmula y después dibujaremos sus gráficas:

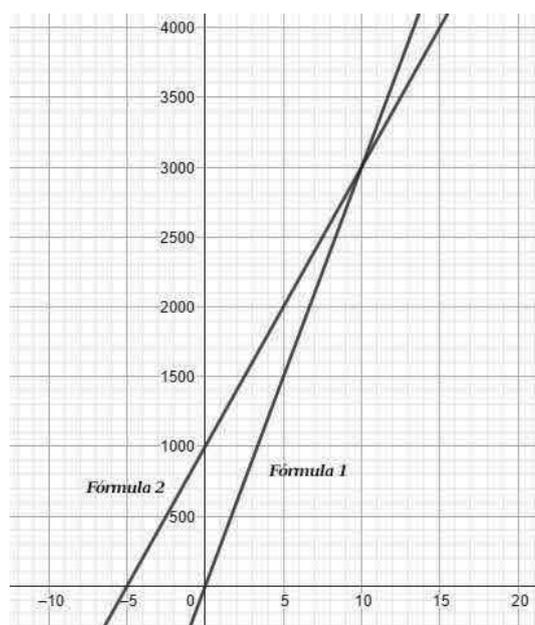
Fórmula 1

Valores para x	0	5	10
Resultados para y	0	1500	3000

Fórmula 2

Valores para x	0	5	10
Resultados para y	1000	2000	3000

En la tabla observamos que, al llegar a los 10 días de viaje los precios se equiparan, para hacer las gráficas necesitamos adaptar las escalas de los ejes, con el objeto de poder hacer interpretaciones:



Vemos que, al tener distinta pendiente, ambas rectas se cortan en un punto:

$$300x = 200x + 1000 \rightarrow 300x - 200x = 1000 \rightarrow 100x = 1000 \rightarrow x = 10$$

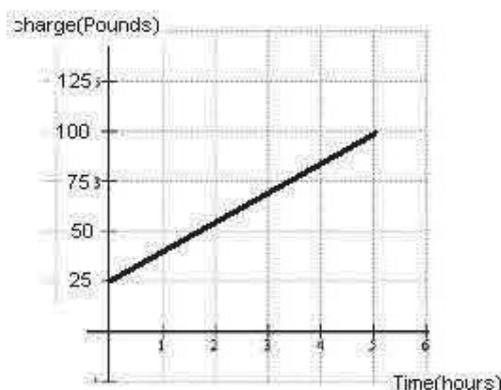
Si  $x=10$  entonces será  $y=300 \cdot 10 = 3000$ , y el punto de corte  $(10,3000)$

Como vemos en la gráfica, a partir de 10 días es preferible viajar según la fórmula 2, ya que el viaje saldrá más barato, mientras que si la duración es inferior a 10 días, la mejor fórmula es la 1.

**Ejercicio 12**

Un fontanero cobra un cargo fijo por visita y una tarifa por hora. El gráfico muestra los cargos realizados por trabajos de hasta 4 horas.

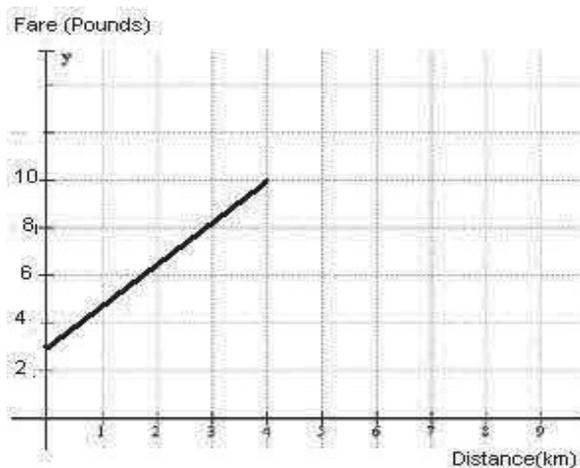
- a) ¿Cuál es el cargo fijo por llamada?
- b) ¿Cuál es la tarifa por hora?
- c) Escribe la ecuación de la recta en la forma  $y=mx+n$
- d) Calcula el coste total de un trabajo que dura 8 horas.



### **Ejercicio 13**

El gráfico muestra la tarifa del taxi para trayectos de hasta 3 km.

- a) ¿Cuál es el cargo fijo?
- b) ¿Cuál es el cargo por kilómetro?
- c) Escribe la ecuación de la recta en la forma  $y = m \cdot x + n$
- d) Calcular el precio del taxi para un recorrido de 5 km.



### **4.2 Modelos usando funciones cuadráticas.**

Las funciones cuadráticas pueden ser utilizadas como modelos en supuestos un poco más complicados que los que implican el uso de funciones lineales, generalmente en situaciones que impliquen la multiplicación de una variable consigo misma, lo que lleva a la aparición de un término al cuadrado.

Por ejemplo, la función  $A(x) = x^2 + 10x$  podría ser utilizada para representar el área de un terreno rectangular, cuyo lado mayor supera en 10 metros al lado menor. Este modelo podría ser utilizado para identificar el área máxima posible para la parcela de tierra.

Otro ejemplo es una situación en la que se lanza una pelota al aire. El balón viajará hacia arriba, y luego viajará hacia abajo hasta que golpee el suelo, si observamos la trayectoria de la pelota en un lanzamiento de este tipo, podemos darnos cuenta de su forma parabólica. Podemos entonces estudiar la situación y dar respuesta a preguntas del tipo: ¿Cuánto ha subido la pelota? ¿Cuándo llegará al suelo?

Este tipo de situación puede ser modelada por una función de la forma  $h(t) = -16t^2 + v_0t + h_0$ . Donde la variable  $t$  representa el tiempo desde que se lanzó el balón. El coeficiente  $v_0$  representa la velocidad inicial de la pelota, y la constante  $h_0$  representa la altura inicial de la pelota. La constante  $-16$  proviene de la fuerza de gravedad que tira de la pelota hacia abajo, razón por la cual es negativa.

### **Ejemplo**

Supongamos que lanzamos el balón desde una altura de 2 metros, con una velocidad inicial de 10 metros por segundo hacia arriba y que la gravedad de la Tierra reduce la velocidad del balón a un ritmo de 5 metros por segundo al cuadrado. La función que modela la altura del balón para un tiempo determinado después de su lanzamiento es:

$h(x) = -5x^2 + 10x + 2$ , donde  $x$  es el tiempo, en segundos, transcurrido desde el lanzamiento del balón. Podemos responder a preguntas como: ¿cuanto tiempo tardará el balón en llegar a su punto más alto? ¿cuál será el valor de esta altura máxima? O ¿cuánto tiempo tardará en tocar el suelo?

Para realizar el estudio vamos a representar gráficamente la parábola, calculando en primer lugar su vértice:

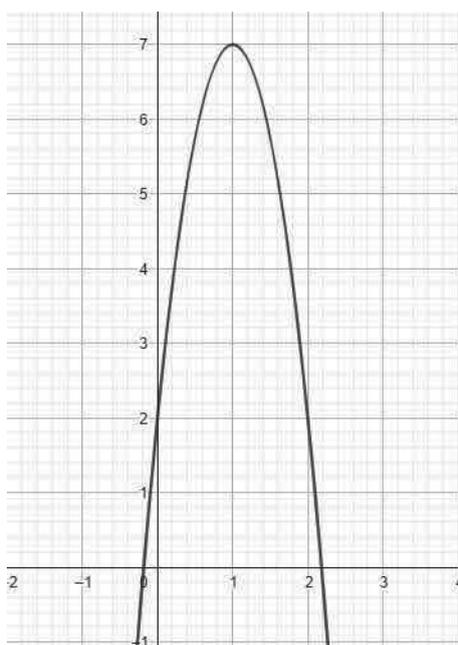
$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-10}{2 \cdot (-5)} = \frac{-10}{-10} = 1 \quad y_0 = h(1) = -5 + 10 + 2 = 7$$

El vértice es el punto (1,7), y como  $a = -5 < 0$ , la función cuadrática es cóncava.

A continuación, construimos una tabla de valores y representamos la función:

	Vértice		
Valores para $x$	1	0	2
Resultados para $y$	7	2	2

La gráfica será:



Luego, en respuesta a las preguntas:

- ¿cuanto tiempo tardará el balón en llegar a su punto más alto?

Como el vértice es (1,7), el tiempo que tarda en alcanzar el punto más alto es 1 segundo.

- ¿cuál será el valor de esta altura máxima?

Como el vértice es (1,7), el valor de la altura máxima es de 7 metros.

- ¿Cuánto tiempo tardará en tocar el suelo?

Para responder a esta pregunta necesitamos calcular los puntos de corte con el eje OX, para ello resolvemos la ecuación  $h(x) = -5x^2 + 10x + 2 = 0$

En este caso  $a = -5$ ,  $b = 10$  y  $c = 2$ , luego:

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot (-5) \cdot 2}}{2 \cdot (-5)} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 40}}{-10} = \frac{-10 \pm \sqrt{140}}{-10}$$

Obtenemos dos soluciones:

$$x_1 = \frac{-10 + \sqrt{140}}{-10} = -0'18 \quad x_2 = \frac{-10 - \sqrt{140}}{-10} = 2'18$$

Luego, el punto de corte que nos interesa es  $(2'18, 0)$ , en consecuencia, la pelota tardará en tocar el suelo 2'18 segundos.

### Ejercicio 14

Obtén una función con la que se calcule el área de un rectángulo, sabiendo que el lado mayor es 10 metros más largo que el lado menor.

- Determina la función que modela esta situación, en función de la longitud del lado menor.
- Represéntala gráficamente

### Ejercicio 15

Estás parado en el techo de un edificio que está a 20 metros sobre el suelo. Lanzas una bola al aire con una velocidad vertical inicial de 40 metros por segundo, para que caiga a la calle. La función que modela el movimiento de la pelota es:  $y = -16x^2 + 40x + 20$ , donde  $x$  es el tiempo en segundos desde que se produce el lanzamiento.

- ¿Qué altura máxima alcanza la pelota?
- ¿Cuánto tiempo tardará en alcanzar esa altura máxima?
- ¿Cuándo golpeará la pelota al suelo?
- Representa gráficamente esta situación.

### Ejercicio 16

La edad de un padre es el cuadrado de la de su hijo. Dentro de 24 años la edad del padre será el doble que la de su hijo. ¿Qué edad tienen el padre y el hijo?

El hijo tiene \_\_\_\_\_ años y el padre \_\_\_\_\_ años.

### Ejercicio 17

Dados tres números naturales pares consecutivos, se sabe que si al cuadrado del mayor se le resta el cuadrado de los otros dos, se obtiene el número 12. ¿Cuáles son estos tres números?

Hay \_\_\_\_\_ soluciones, los números \_\_\_\_\_, y los números \_\_\_\_\_

## Ejercicios resueltos

### Ejercicio 1

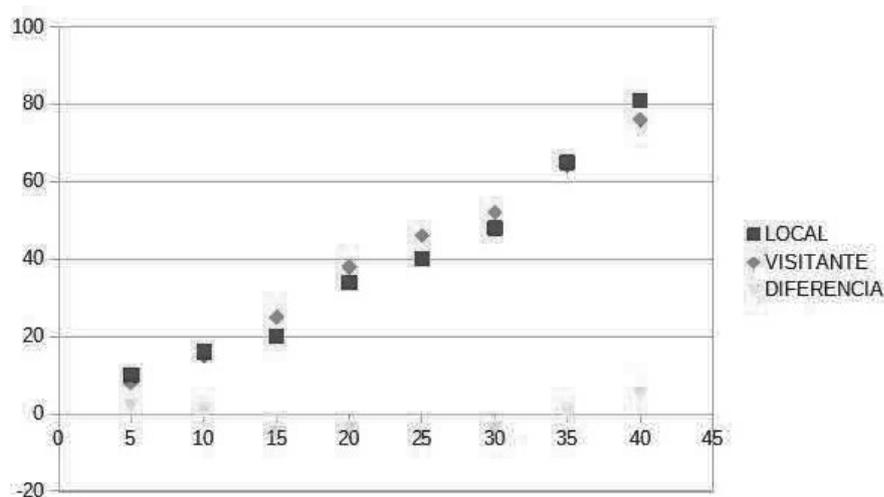
Durante un partido de baloncesto hemos tomado notas sobre los resultados, son los siguientes:

Tiempo (en minutos)	Equipo local	Equipo visitante
5	10	8
10	16	15
15	20	25
20	34	38
25	40	46
30	48	52
35	65	64
40	81	76

a) Elaborar una tabla que contenga la diferencia entre los marcadores del equipo local y el visitante.

Tiempo	5	10	15	20	25	30	35	40
Diferencia	+2	+1	-5	-4	-6	-4	+1	+5

b) Dibujar una gráfica con los datos del equipo local, una gráfica con los datos del equipo visitante y una gráfica que represente la diferencia.



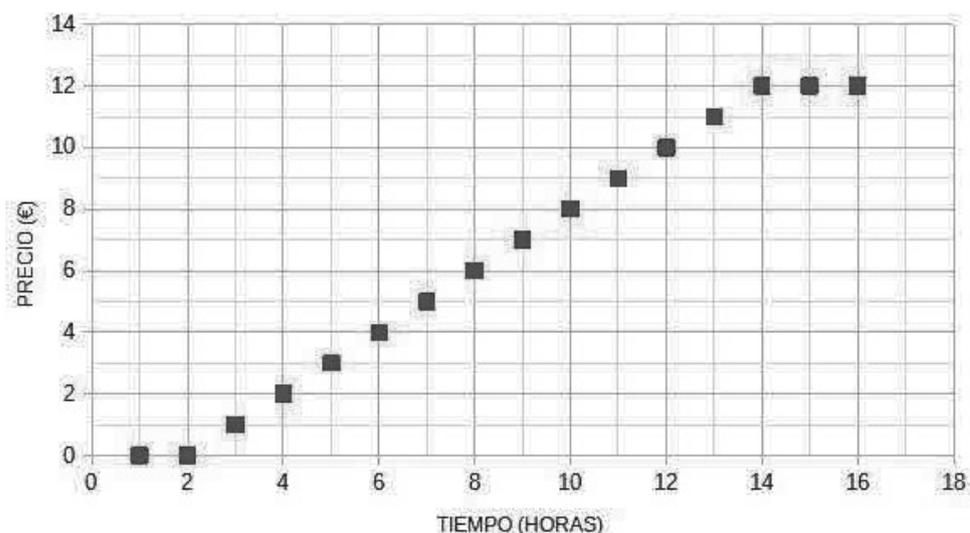
### Ejercicio 2

Esta es la lista de precios de un aparcamiento que está abierto de 9 h a 22 h.

- Primera y segunda hora Gratis
- Tercera hora y consecutivas o fracción 1€ cada una

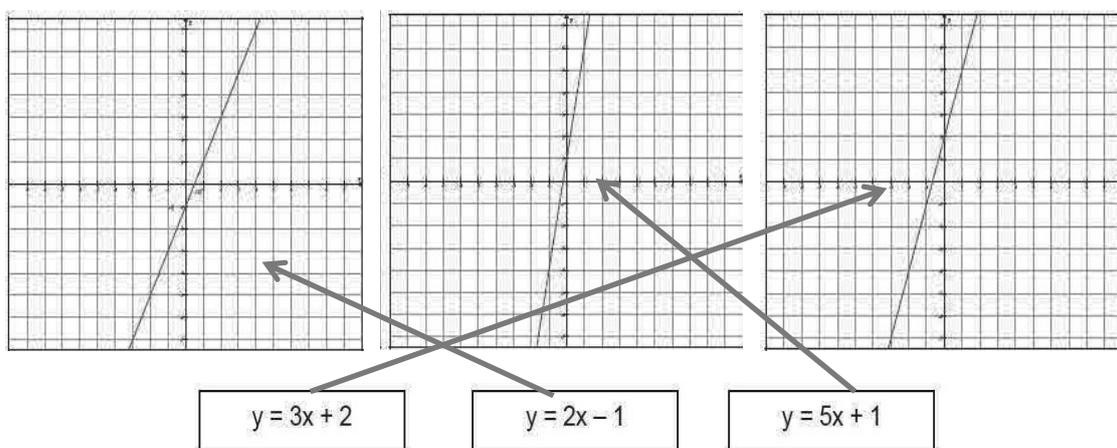
- Máximo diario 12€

Dibuja la gráfica de la función que relaciona el tiempo de estacionamiento con su precio.



### Ejercicio 3

Asigna a cada ecuación la representación gráfica que le corresponde y explica cómo hiciste tu elección.



La elección se ha hecho teniendo en cuenta el valor de la pendiente y el punto de corte con el eje OY

- Pendiente: los valores son 3, 2 y 5, respectivamente, y a mayor valor mayor inclinación.
- Puntos de corte: son (0,2), (0,-1) y (0,1), respectivamente.

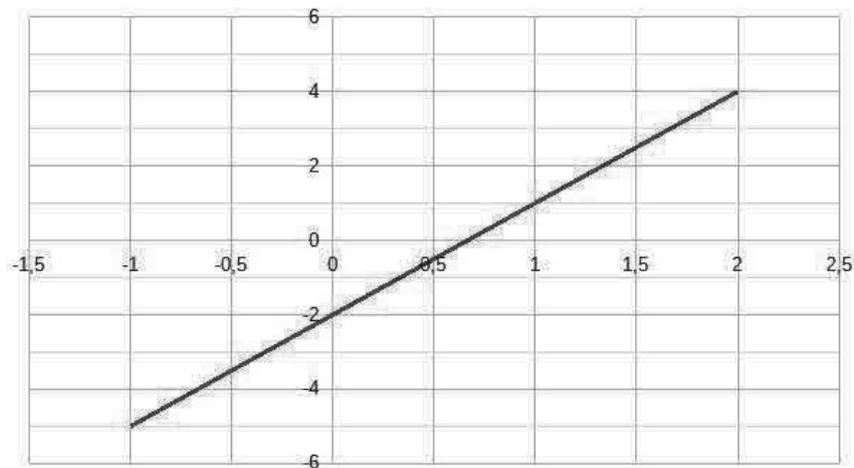
### Ejercicio 4

Responda "verdadero" o "falso" en cada caso:

- $y = 5x$  es más pronunciado que  $y = 3x$  (verdadero)
- $y = 2x$  es paralelo a  $y = 2x + 4$  (verdadero)
- $y = 4x$  es más pronunciado que  $y = x - 5$  (verdadero)
- $y = 2x$  es paralela a  $y = x + 2$ . (falso)

**Ejercicio 5**

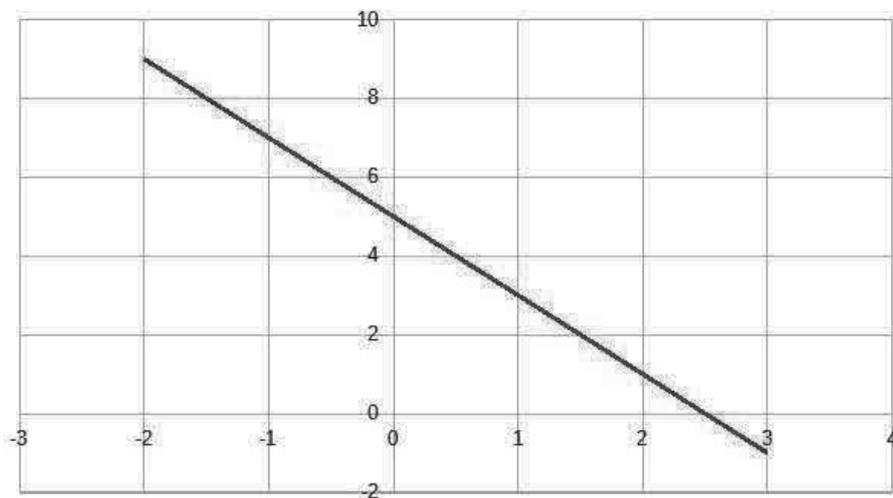
Dibuja la gráfica de  $y=3x-2$  para valores de  $x$  de  $-1$  a  $2$ .



¿Cuáles son las coordenadas del punto donde la gráfica cruza el eje y?  
(0,-2)

**Ejercicio 6**

Dibuja la gráfica de  $y=5-2x$  para valores de  $x$  de  $-2$  a  $3$ .



- a) el valor de  $y$  cuando  $x=0$  es  $y=5$
- b) el valor de  $x$  cuando  $y=0$  es  $x=2,5$
- c) el valor de  $x$  cuando  $y=8$  es  $x=-1,5$

**Ejercicio 7**

Escribe la pendiente y la intersección con el eje  $y$  para cada una de las siguientes gráficas.

- a)  $y=3x+5$       pendiente:  $m=3$ , corte con OY: (0,5)
- b)  $y=4x-1$       pendiente:  $m=4$ , corte con OY: (0,-1)

c)  $y=6-x$       pendiente:  $m=-1$ , corte con OY:  $(0,6)$

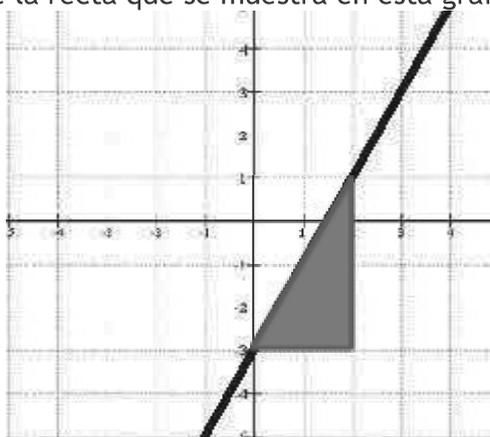
**Ejercicio 8**

Escribe la ecuación de la recta que tiene pendiente  $-7$  y corta al eje  $y$  en el punto  $(0,4)$

$$y = -7x + 4$$

**Ejercicio 9**

Encuentra la ecuación de la recta que se muestra en esta gráfica.



La pendiente es:  $m = \frac{\text{Aumento vertical}}{\text{Avance horizontal}} = \frac{4}{2} = 2$ , el corte con OY es  $n=-3$

Luego, la ecuación es:  $y = 2x - 3$

**Ejercicio 10**

Dada la función cuadrática:  $y = 2x^2 - 8$

- a. Estudia su concavidad o convexidad y determina sus puntos de corte con el eje OX

Como  $a=2>0$ , es convexa.

$$2x^2 - 8 = 0 \rightarrow x = \frac{0 \pm \sqrt{0 - 4 \cdot 2 \cdot (-8)}}{2 \cdot 2} = \frac{\pm \sqrt{64}}{4} = \pm 2$$

Solución:  $(-2,0)$  y  $(2,0)$

- b. Determina su punto de corte con el eje OY

$$y(0) = 2 \cdot 0 - 8 = -8$$

Solución:  $(0,-8)$

- c. Calcula su vértice

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{0}{4} = 0 \quad y(0) = -8$$

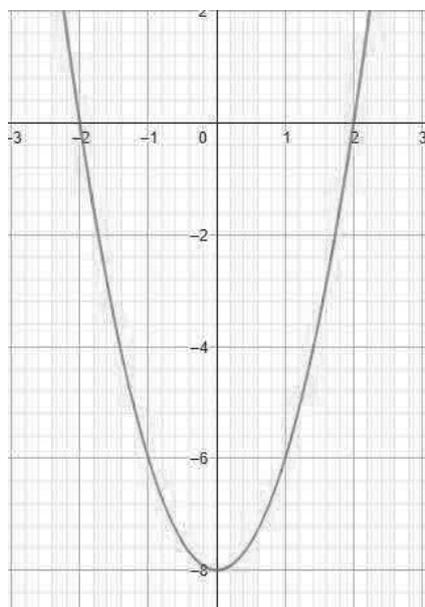
Solución:  $(0,-8)$

- d. Completa la tabla

Vértice
---------

Valores para x	0	1	2	-1	-2
Resultados para y	-8	-6	0	-6	0

e. Haz su representación gráfica



### Ejercicio 11

Dada la función cuadrática:  $y = x^2 - 2x + 2$

a. Estudia su concavidad o convexidad y determina sus puntos de corte con el eje OX

Como  $a=1>0$ , es convexa.

Solución: No tiene puntos de corte con el eje OX.

b. Determina su punto de corte con el eje OY

Solución: (0,2)

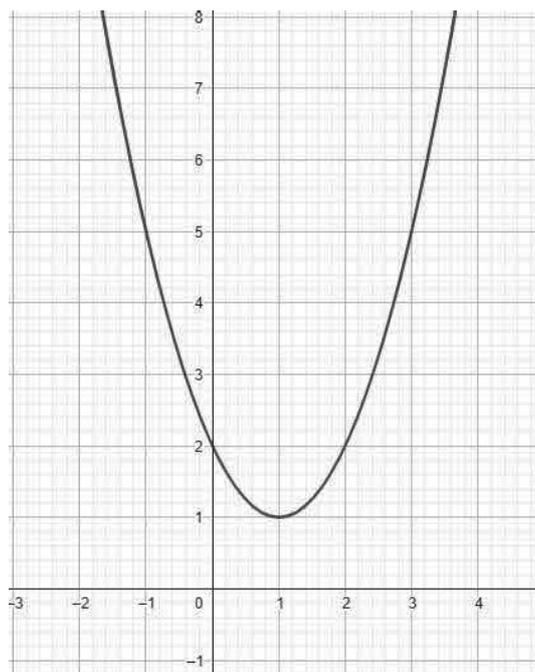
c. Calcula su vértice

Solución: (1,1)

d. Completa la tabla

	Vértice				
Valores para x	1	2	3	0	-1
Resultados para y	2	2	5	2	5

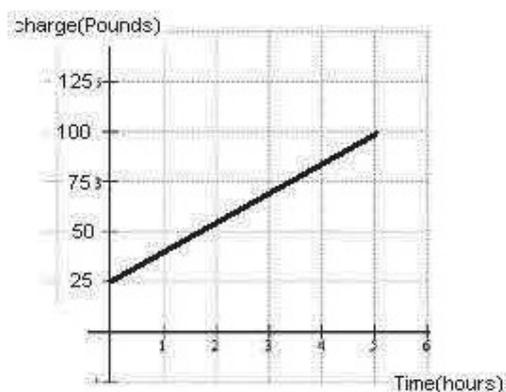
e. Haz su representación gráfica



### Ejercicio 12

Un fontanero cobra un cargo fijo por visita y una tarifa por hora. El gráfico muestra los cargos realizados por trabajos de hasta 4 horas.

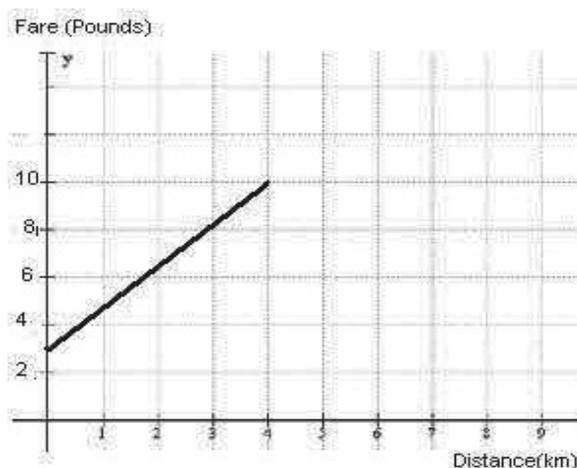
- a) ¿Cuál es el cargo fijo por llamada?  
Solución: 25€
- b) ¿Cuál es la tarifa por hora?  
Solución: 15€
- c) Escribe la ecuación de la recta en la forma  $y=mx+n$   
Solución:  $y=15x+25$
- d) Calcula el coste total de un trabajo que dura 8 horas.  
Solución: 145€



### Ejercicio 13

El gráfico muestra la tarifa del taxi para trayectos de hasta 3 km.

- a) ¿Cuál es el cargo fijo?  
Solución: 3€
- b) ¿Cuál es el cargo por kilómetro?  
Solución:  $\frac{7}{4} = 1.75$
- c) Escribe la ecuación de la recta en la forma  $y= m.x + n$   
Solución:  $y = 1,75 x + 3$
- d) Calcular el precio del taxi para un recorrido de 5 km.  
Solución: 11.75€



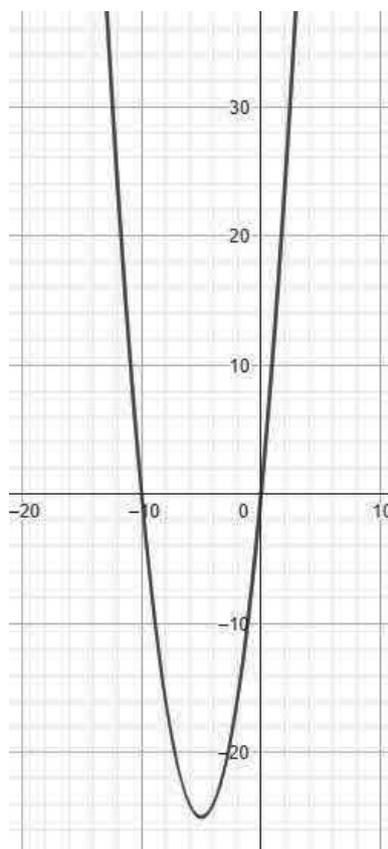
### Ejercicio 14

Obtén una función con la que se calcule el área de un rectángulo, sabiendo que el lado mayor es 10 metros más largo que el lado menor.

- a. Determina la función que modela esta situación en función de la longitud del lado menor.

Solución:  $y = x^2 + 10x$

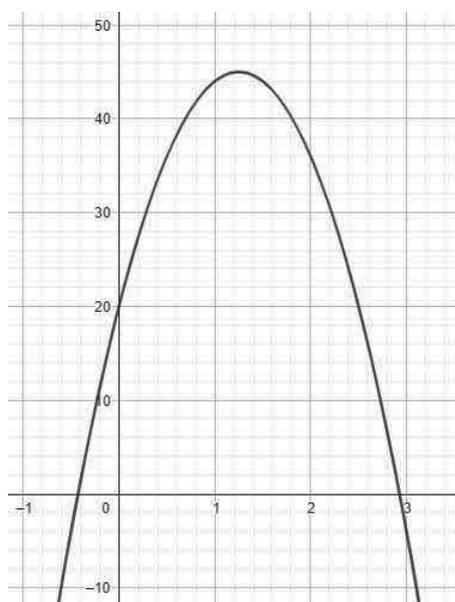
- b. Representala gráficamente



### **Ejercicio 15**

Estás parado en el techo de un edificio que está a 20 metros sobre el suelo. Lanzas una bola al aire con una velocidad vertical inicial de 40 metros por segundo, para que caiga a la calle. La función que modela el movimiento de la pelota es:  $y = -16x^2 + 40x + 20$ , donde  $x$  es el tiempo en segundos desde que se produce el lanzamiento.

- ¿Qué altura máxima alcanzará la pelota?  
Solución: 45 metros
- ¿Cuánto tiempo tardará en alcanzar esa altura máxima?  
Solución: 1,25 segundos
- ¿Cuándo golpeará la pelota al suelo?  
Solución: a los 2,93 segundos
- Representa gráficamente esta situación.



### **Ejercicio 16**

La edad de un padre es el cuadrado de la de su hijo. Dentro de 24 años la edad del padre será el doble que la de su hijo. ¿Qué edad tienen el padre y el hijo?

El hijo tiene 6 años y el padre 36 años.

### **Ejercicio 17**

Dados tres números naturales pares consecutivos, se sabe que si al cuadrado del mayor se le resta el cuadrado de los otros dos, se obtiene el número 12. ¿Cuáles son estos tres números?

Hay dos soluciones, los números 4, 6 y 8, y los números 0, 2 y 4.

# UNIDAD DE APRENDIZAJE Nº 8: FUNCIONES COMO MODELOS DE SITUACIONES COTIDIANAS. REGISTRO E INFERENCIA SOBRE LAS MISMAS.

## TEMA 4. ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA E INFERENCIAL APLICADA AL ENTORNO COTIDIANO.

### 1. ESTADÍSTICA.

Es difícil establecer el origen de la *estadística*, pero parece que los datos más antiguos que se conocen, son los datos que recopilaban en tablas los babilonios sobre la producción agrícola, hacia el año 3000 a.C. En China también existían censos chinos hacia el año 2.200 a.C.

La palabra "*Estadística*" viene de *Estado*, su significado etimológico es "ciencia del Estado", ya que el propósito principal de los gobiernos era establecer registros de población, de nacimientos, defunciones, cosechas, impuestos, etc.

La **Estadística** es la ciencia que se ocupa de *recoger, organizar y analizar* un gran volumen de datos, con el objeto de describir un fenómeno que se está estudiando y obtener conclusiones sobre el mismo.

Hoy en día, la mayor parte de las personas entiende por *estadística* los conjuntos de datos distribuidos en tablas, los gráficos publicados en los periódicos, etc. Unos ejemplos de este tipo de "estadísticas" podrían ser las clasificaciones deportivas, la variación del IPC, la intención de voto o el índice de audiencia.

Según el objetivo que se persiga a la hora de analizar los datos distinguiremos dos ramas en la *estadística*:

- **Estadística descriptiva o deductiva:** es la parte de la estadística que se limita a realizar deducciones directamente a partir de los datos y los parámetros obtenidos.
- **Estadística inferencial o inductiva:** utiliza resultados obtenidos mediante la estadística descriptiva y se apoya fuertemente en el cálculo de probabilidades.

#### 1.1. POBLACIÓN Y MUESTRA.

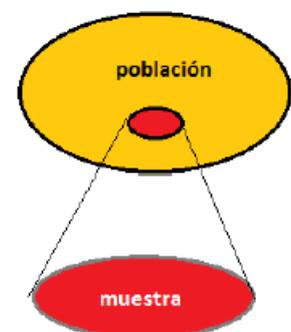
El objeto de estudio de esta unidad será la *estadística descriptiva*, y para empezar necesitamos definir una serie de conceptos que utilizaremos más adelante.

- **Población:** es el conjunto de todos los *elementos* (personas, objetos...) a los que se somete a un estudio estadístico y de los que nos interesa conocer una determinada información o *característica*.

Ejemplo: si deseamos hacer un estudio sobre la obesidad infantil en un pueblo, la población serán los niños de esa ciudad comprendidos entre las edades que se decida en el estudio.

- **Individuo:** es cada uno de los *elementos* a los que se refiere el estudio estadístico y que forman parte de la *población*. Se le llama *individuos* debido al origen demográfico de la estadística, o también *unidades estadísticas*.

Ejemplo: en el caso anterior, cada uno de los niños de la población.



- **Muestra:** es un subconjunto representativo de la población. Como ésta suele ser muy amplia, se toma una *muestra representativa* de la población. Lógicamente, la *muestra* siempre es menor que la *población*. El número de individuos que componen la muestra es el *tamaño* de la misma.

Las *muestras* de la población tienen que cumplir dos requisitos: tienen que ser *aleatorias* (debe elegirse al azar) y tienen que ser *representativas*, es decir, los individuos que componen la muestra deben tener características comunes con el resto de la población a la que representan.

El procedimiento de selección de una muestra se denomina **muestreo** y para asegurarnos de que la muestra es realmente representativa, todos los individuos de la población deben tener la misma probabilidad de ser elegidos, esto es lo que se llama un *muestreo aleatorio*. Al sustituir el estudio de la *población* por el de la *muestra* se cometen errores, pero el estudio estadístico cuenta con ellos y puede controlarlos.

Ejemplo: como el número de niños del pueblo será grande no se puede ir uno por uno pesándoles, así que se elige un número representativo de la población. Al emplear la palabra representativo quiere decirse que si en la población el 45% son niñas, en la muestra también.

## 1.2. VARIABLES ESTADÍSTICAS.

Una **variable estadística** es toda característica que podemos observar o medir de la *población*. Cada uno de los posibles resultados que se pueden obtener se llama **valor** y el conjunto de los valores obtenidos son los **datos** de nuestro estudio estadístico.

Ejemplo: veamos un estudio estadístico que trate sobre lo que se obtiene al tirar una moneda al aire. Los valores que puede tener nuestro estudio son cara y cruz. Y si la lanzamos cinco veces al aire los datos podrán ser: cara, cruz, cruz, cara, cruz. Las variables, dependiendo de los posibles valores que puedan tomar se clasifican en:

- **Variables cualitativas.** Los valores de la variable no son números sino *cualidades* como el sexo (hombre/mujer), nacionalidad, nivel educativo, sector productivo, deporte favorito, etc. Es decir, no se pueden expresar con números.
  - **Ordinales:** Aquellas que sugieren una ordenación. Por ejemplo: nivel de estudio o la posición de los ganadores de un concurso.
  - **Nominales:** Aquellas que sólo admiten una mera ordenación alfabética, pero no establecen orden por su contenido. Por ejemplo: género, estado civil, color de cabello.
- **Variables cuantitativas.** Los valores que toma la variable se expresan de forma numérica, como la edad, el precio de la gasolina o la altura. Y a su vez pueden ser:
  - **Discretas.** Las variables sólo pueden tomar determinados valores. Por ejemplo, valores enteros como el número de hermanos (puedes tener 1, 2 o 3 pero nunca 1,5) o el número de ventanas de una casa, etc.

- **Continuas.** Las variables pueden tomar cualquier valor de un intervalo dado como por ejemplo, el peso de una persona (una puede pesar 74 kg y otra 75 kg, pero entre medias puede haber muchas con pesos intermedios, 74,5 kg, 74,75 kg, etc.).

## 2. ORGANIZAR Y REPRESENTAR LA INFORMACIÓN.

La información estadística llega a nosotros mediante *gráficas* o *tablas* muy bien construidas, con las que resulta fácil entender la información dada. Pero para llegar a ellas, es necesario realizar un largo proceso, que se inicia ahora.

- *¿Qué queremos estudiar?* Necesitamos saber lo que pretendemos estudiar. Por ejemplo, qué aficiones deportivas tienen los alumnos y las alumnas de un centro.
- *Selección de las variables que se van a analizar.* Debe ser evidente cuál es la variable y cuáles sus posibles valores.
- *Recogida de datos.* Se efectúan las medidas o se realizan las encuestas.
- *Organización de datos.* Se ordenan, se pasan a papel, o mejor, se introducen en el ordenador.
- Los pasos siguientes son la *elaboración de tablas y gráficas* y el *cálculo de parámetros*, a los que dedicaremos el resto de la unidad.

### 2.1. FRECUENCIA. RECuento DE DATOS.

Cuando se recogen datos sobre un estudio estadístico, estos suelen ser muchos. Si nos limitamos a presentarlos como un listado de valores serían poco explicativos y de difícil comprensión. Por ello, una vez recabados los datos es imprescindible organizarlos de manera que sean fácilmente comprensibles. Para ello se efectúa un recuento de las veces que aparece cada valor de la *variable estadística*. El resultado del recuento proporciona la **frecuencia** con la que aparece cada valor de la variable, y suele presentarse mediante una tabla, llamada *tabla de frecuencias*.

En las *tablas de frecuencias* llamaremos:

- $x_i$  a los valores de la *variable*.
- $f_i$  a los valores de la *frecuencia*.

Ejemplo: Como fruto de un estudio de los resultados en un examen de la materia de ciencias naturales, en una clase en la que hay 20 personas, se han obtenido las siguientes calificaciones. A partir de estos datos construye la *tabla de frecuencias*.

xi	fi	5	4	3
1	1	4	5	4
2	1	5	6	10
3	2	2	5	5
4	3	6	1	8
5	7	9	5	3
6	2	7	5	
7	1			
8	1			
9	1			
10	1			
	20			

xi = cada valor de la variable (cada nota).  
fi = frecuencia, número de veces que se repite cada valor

## 2.2. INTERVALOS O CLASES. AGRUPACIÓN DE DATOS.

A veces las variables no son *discretas*, sino *continuas*, por lo que pueden tomar cualquier valor. Esto ocurre, por ejemplo, si queremos estudiar las alturas de un determinado grupo de alumnos. Por ello, en ocasiones conviene agrupar los valores de la variable estadística en **intervalos** o **clases**. Esto se suele realizar cuando:

- *La variable toma muchos valores diferentes.* Este suele ser el caso de las variables cuantitativas continuas. Por ejemplo, en un estudio sobre la altura de los adolescentes, podemos agrupar los valores de la variable en intervalos de 5 o 10 cm.
- *Valores distintos de la variable tienen un mismo significado estadístico.* Por ejemplo, si estudiamos las notas de una clase, nos puede interesar agrupar las calificaciones numéricas como suspensos, aprobados, notables y sobresalientes.

Para calcular el *número de intervalos*, existe un criterio orientativo según el cual el número de intervalos debe ser aproximadamente igual a la raíz cuadrada del número de datos:

$$n^{\circ} \text{ de intervalos} = \sqrt{n}$$

Para determinar la *amplitud* de los intervalos se tienen en cuenta los valores mínimo y máximo de la distribución:

$$\text{Amplitud del intervalo} = \frac{\text{Valor máximo} - \text{Valor mínimo}}{n^{\circ} \text{ de intervalos}}$$

### **Marca de clase**

Llamaremos **marca de clase** al punto medio de un *intervalo*. Es el valor que elegimos para representar a todos los datos incluidos en ese intervalo. Para calcularla hay que sumar los extremos del intervalo y dividir por dos.

Ejemplo: Se ha medido la altura de 30 personas, y los datos obtenidos se han agrupado en 5 intervalos de amplitud 10 cm. A partir de éstos, calcula las marcas de clase de los intervalos que se han creado.

Altura de 30 personas	Intervalo	Marca de clase
182 184 182 150 188 182 160 168	[150,160)	155
177 153 197 183 165 172 184 191	[160,170)	165
194 175 156 189 163 155 156 152	[170,180)	175
183 166 161 193 165 193	[180,190)	185
	[190,200)	195

### 2.3. TABLAS DE FRECUENCIAS.

A partir de la *frecuencia absoluta* ( $f_i$ ), que hemos visto anteriormente, podemos calcular otro tipo de frecuencias y presentarlas en una tabla.

- **Frecuencia absoluta ( $f_i$ ):** la frecuencia absoluta de un valor  $x_i$  es el número de veces que se repite ese valor. La suma de las *frecuencias absolutas* es el número total de datos ( $n$ ):

$$f_1 + f_2 + \dots + f_n = n$$

- **Frecuencia absoluta acumulada ( $F_i$ ):** Es la suma de todas las *frecuencias absolutas* hasta el valor  $x_i$ , incluido este último. Al final, la suma debe ser igual al número de datos.

$$F_i = f_1 + \dots + f_i$$

- **Frecuencia relativa ( $fr_i$ ):** Es el cociente entre la *frecuencia absoluta* de un valor y el número total de datos obtenidos en nuestro estudio. Con ello obtendremos una medida de la proporción que supone este valor frente al total. La suma de todas las *frecuencias relativas* es 1.

$$fr_1 + fr_2 + \dots + fr_n = 1$$

Puesto que la *frecuencia relativa* es una proporción, podemos expresarla también como un porcentaje, basta multiplicarla por 100. A esta frecuencia la llamaremos **frecuencia porcentual**. Nos indica el porcentaje de cada valor respecto del total.

- **Frecuencia relativa acumulada ( $Fr_i$ ):** De la misma forma que se calcula la *frecuencia absoluta acumulada*, se puede obtener la *frecuencia relativa acumulada*. Es la suma de todas las *frecuencias relativas* hasta el valor  $x_i$ , incluido este último.

$$Fr_i = fr_1 + \dots + fr_i$$

Ejemplo: Realiza una tabla de las frecuencias de aparición de los valores de un dado que ha sido lanzado 25 veces con el siguiente resultado:

5, 3, 6, 1, 2, 5, 4, 1, 5, 2, 6, 3, 3, 5, 4, 1, 2, 5, 1, 4, 2, 6, 5, 3, 3

$x_i$	$f_i$	$F_i$	$fr_i$	$Fr_i$	%
1	4	4	0,16	0,16	16
2	4	8	0,16	0,32	16
3	5	13	0,20	0,52	20
4	3	16	0,12	0,64	12
5	6	22	0,24	0,88	24
6	3	25	0,12	1	12

Si en vez de tener una *variable cuantitativa discreta* tuviéramos una *variable cuantitativa continua* o muchos valores en nuestro estudio estadístico, tendríamos que agrupar los valores en

*intervalos* de la misma longitud (*clase*) y hallar la *marca de clase* del intervalo. El resto de apartados para confeccionar la *tabla de frecuencias* lo haríamos como lo hemos visto anteriormente.

Ejemplo: vamos a hacer un estudio estadístico sobre la edad de los trabajadores de una mediana empresa que cuenta con 40 empleados. Como los valores que vamos a obtener son muchos, lo primero que haremos será agruparlos en intervalos.

Edades: 20 58 26 41 42 22 53 36 25 20 61 39 42 29 33 50 46 24 43 23  
29 42 46 31 29 40 37 35 59 45 49 21 51 48 27 36 31 48 55 64

Ordenamos los valores de menor a mayor y vemos que la edad menor es 20 y la mayor, 64. Se pueden establecer intervalos de edad de 10 en 10.

Y ahora hacemos la tabla de frecuencias:

Clase	Marca de clase
[20,30)	25
[30,40)	35
[40,50)	45
[50,60)	55
[60,70)	65

Clase	Marca de clase	F. absoluta $f_i$	F. absoluta acumulada $F_i$	F. relativa $fr_i$	F. relativa acumulada $Fr_i$	F. porcentual
[20,30)	25	12	12	$\frac{12}{40}$	$\frac{12}{40}$	30%
[30,40)	35	8	20	$\frac{8}{40}$	$\frac{20}{40}$	20%
[40,50)	45	12	32	$\frac{12}{40}$	$\frac{32}{40}$	30%
[50,60)	55	6	38	$\frac{6}{40}$	$\frac{38}{40}$	15%
[60,70)	65	2	40	$\frac{2}{40}$	$\frac{40}{40}$	5%

### 3. GRÁFICOS ESTADÍSTICOS.

Una vez que tenemos todos los datos y hemos realizado la *tabla de frecuencias* podemos representar gráficamente estos datos.

Los **gráficos estadísticos** nos permiten visualizar de una vez los aspectos más representativos de una estadística. Gracias a ellos advertimos rápidamente cómo se distribuyen las *frecuencias*, y si hay mucha diferencia entre ellas. Hay muchos tipos de gráficos, pero aquí solo estudiaremos los más habituales: **diagrama de barras**, **histograma** y **diagrama de sectores**.

Usaremos un tipo de gráfico u otro dependiendo del número de datos, del tipo de variable, etc. Si tenemos que representar una *variable cuantitativa*, utilizaremos un *diagrama de barras* o un *histograma*, según sean las variables discretas o continuas. Para representar una *variable cualitativa*, generalmente utilizaremos un *diagrama de sectores*.

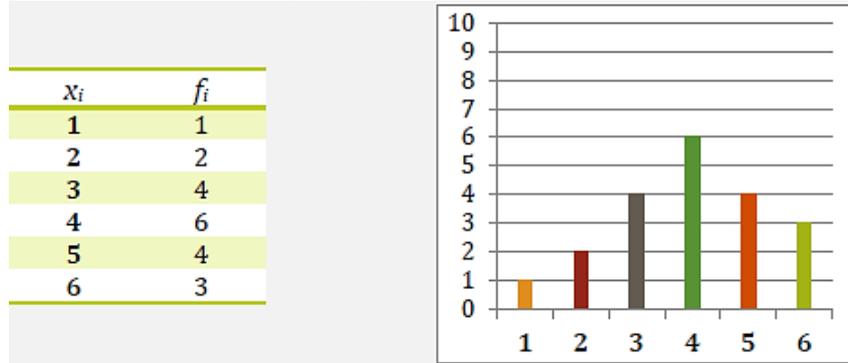
#### 3.1. DIAGRAMA DE BARRAS.

Uno de los gráficos estadísticos más sencillo es el *diagrama de barras*. El **diagrama de barras** se utiliza para representar *tablas de frecuencia absoluta o relativa*, correspondientes a *variables cuantitativas discretas*, y también para *variables cualitativas*.

Las *barras* son estrechas y se sitúan sobre los valores puntuales de la variable, siendo la altura de cada una proporcional a la frecuencia del valor correspondiente.

En el eje horizontal colocaremos los valores de la variable y en el eje vertical, las frecuencias.

Ejemplo: Tabla de frecuencias y diagrama de barras correspondiente



### 3.2. HISTOGRAMA.

El **histograma** se utiliza para representar distribuciones de *variables continuas*, y en general cualquier variable cuyos datos vengan agrupados por intervalos.

Es muy parecido al *diagrama de barras* excepto que en este caso no hay separación entre las barras. Para ello se utilizan rectángulos de área proporcional a la *frecuencia*. Si los intervalos tienen igual amplitud se dibujan tan anchos como los *intervalos*, y de altura la *frecuencia absoluta* correspondiente a dicho intervalo.

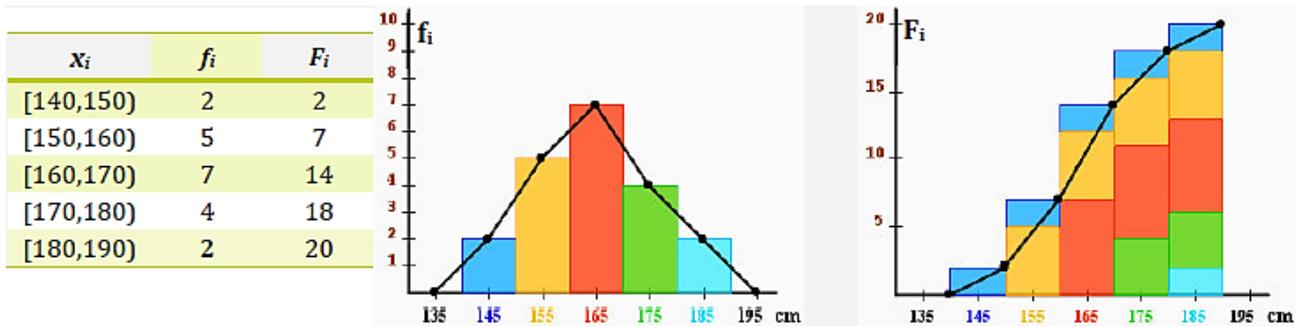
En el eje horizontal colocaremos los *valores de la variable* y en el eje vertical, las *frecuencias*.

El **polígono de frecuencias** es un complemento al *histograma*. Se construye uniendo los puntos medios de los rectángulos y prolongando al principio y al final, hasta llegar al eje. Se utiliza para suavizar los escalones.

También podemos realizar *histogramas* y *polígonos de la frecuencia acumulada*. El **polígono de frecuencias acumuladas**. Las *frecuencias acumuladas* indican el número de datos que hay menores o iguales que la variable. Cuando se trata de datos agrupados contabiliza los datos que hay hasta el extremo superior del intervalo.

Cuando se dibuja el *polígono de frecuencias acumuladas*, los segmentos se trazan de extremo a extremo de cada intervalo y no partiendo del punto medio, como en caso de las *frecuencias absolutas*.

Ejemplo: Tabla de frecuencias e histograma de frecuencias absolutas y acumuladas con polígono de frecuencias, correspondiente a las alturas de 20 personas.



### 3.3. DIAGRAMA DE SECTORES.

Un **diagrama de sectores** es un círculo dividido en tantos *sectores circulares* como posibles valores tiene la variable estadística. El *ángulo* de cada sector es proporcional a la *frecuencia relativa* de cada valor. La amplitud de cada sector se obtiene multiplicando la *frecuencia relativa* por  $360^\circ$ .

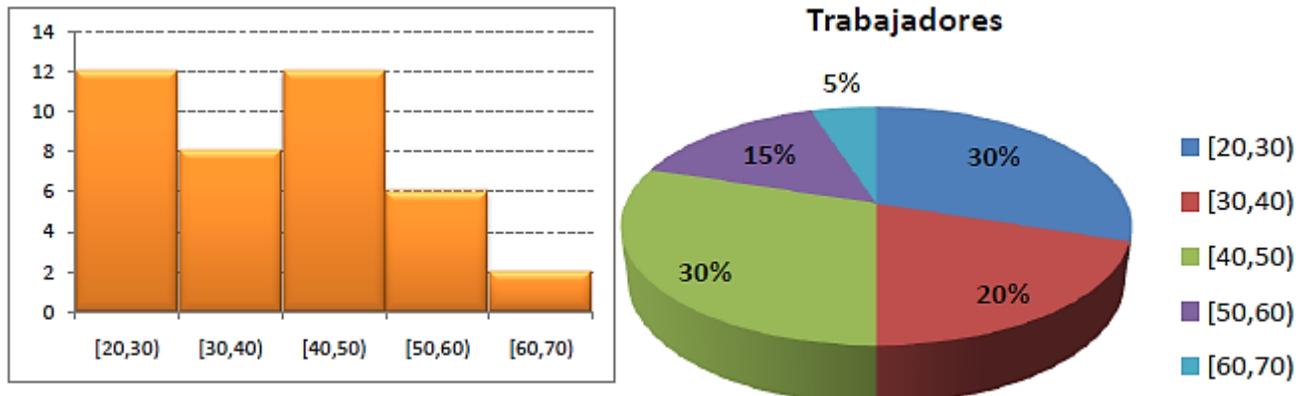
El *diagrama de sectores* puede utilizarse para todo tipo de variables, aunque se emplea con frecuencia para *variables cualitativas*. También es adecuado para comparar estadísticas similares realizadas en momentos diferentes.

#### Pasos para realizar un diagrama de sectores

1. Calcular las *frecuencias relativas*.
2. Multiplicar la *frecuencia relativa* de cada valor por  $360^\circ$ , para obtener el ángulo del sector correspondiente.

#### Ejemplo:

Realiza un diagrama de sectores con las edades de los trabajadores de la mediana empresa.



Si quisiéramos calcular que ángulo representa el sector del intervalo  $[20,30)$ , calcularíamos primero su *frecuencia relativa* y después multiplicaríamos su valor por  $360^\circ$ . En este caso,  $fr_1 = 12/40 = 0,3$ , por tanto, su ángulo sería:  $0,3 \cdot 360^\circ = 108^\circ$ .

Para representar este tipo de gráficos y los que hemos vistos con anterioridad, resulta muy útil la utilización de una **hoja de cálculo**.

### 4. PARÁMETROS ESTADÍSTICOS.

Los **parámetros estadísticos** son valores que sirven para resumir la información dada por una *tabla de frecuencias* o una *gráfica*. Representan diferentes conceptos que nos van a ayudar a comprender, mejor aún, lo concerniente a nuestro *estudio estadístico*. El cálculo de *parámetros*

*estadísticos* se restringe a las *variables estadísticas cuantitativas*. No podemos calcular parámetros de *variables cualitativas*, aunque si podemos hacer sus *tablas de frecuencias* y representarlás gráficamente. Los hay de dos tipos: de **centralización** y de **dispersión**.

- Los **parámetros de centralización** indican en torno a qué valor central se distribuyen los datos.
- Los **parámetros de dispersión** nos indican la mayor o menor distancia de los valores de una distribución del valor central.

#### 4.1. MEDIDAS DE CENTRALIZACIÓN.

Las **medidas de centralización** indican los valores más representativos de un conjunto de datos y son: la *moda*, la *media* y la *mediana*.

##### Moda

La **moda** de una *distribución estadística* es el valor de la variable que mayor número de veces se repite. En muchos casos la *moda* es única, pero puede ocurrir también que en una distribución haya dos o más *modas*. Entonces se llama *distribución bimodal*, *trimodal*, etc. Se representa por **M<sub>o</sub>**.

Si nos fijamos en un *gráfico de barras* o *histograma* por ejemplo, será el valor que tenga la barra más alta.

##### Ejemplos:

- En la distribución 2, 4, 4, 5, 5, 5, 7, 8 la *moda* es 5, porque es el elemento que más veces se repite.
- La distribución 1, 3, 4, 4, 6, 6, 7 es un *distribución bimodal*. Tiene dos *modas*, 4 y 6.

##### Moda de una distribución dada en tabla de frecuencias

Si la distribución viene dada en tabla de frecuencias miramos el máximo valor de la columna de las frecuencias  $f_i$ . La moda será el valor  $x_i$  al que le corresponde esa frecuencia.

Si los datos se encuentran agrupados en intervalos, el intervalo o clase de mayor frecuencia se llama **intervalo modal** o **clase modal**. En este caso, se toma como *moda* el valor  $x_i$  correspondiente a la *marca de clase* de la *clase modal*.

##### Media

La **media** de una *distribución estadística* es la suma de los valores que toma la distribución dividida por el número de estos. La *media* es el promedio de todos los valores de nuestro estudio. Es decir, si  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  son los valores que toma la distribución, la *media* se calcula así:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x_i}{n}$$

El signo  $\Sigma$  se llama *sumatorio*, se utiliza para indicar sumas de varios sumandos de forma más abreviada. La *media* se representa por  $\bar{x}$ .

##### Ejemplo 1:

- Hallar la media de los siguientes valores: 5, 7, 8, 10, 15.

$$\bar{x} = \frac{5 + 7 + 8 + 10 + 15}{5} = \frac{45}{5} = 9$$

### Media de una distribución dada en tabla de frecuencias

Por lo general, en *Estadística*, los datos se nos presentan agrupados mediante una *tabla de frecuencias*. En este caso la *media* se define como la suma de los productos de cada valor de la distribución por su frecuencia respectiva dividida por el número de datos de la distribución. La fórmula para calcularla es:

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + \dots + x_n \cdot f_n}{n} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{n}$$

#### Ejemplo 2:

Si nos dan como dato una *tabla de frecuencia* se añade una columna nueva a la tabla,  $x_i \cdot f_i$ , y se calcula la *media* como el cociente entre la suma de los valores de esta columna y la de la columna  $f_i$ .

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{n} = \frac{132}{30} = 4,4$$

Si queremos calcular la *media* de un estudio estadístico en el que la variable es *cuantitativa continua*, los datos estarán agrupados en *intervalos*, siendo los  $x_i$  de la fórmula de la *media*, las *marcas de clase*.

$x_i$	$f_i$	$x_i \cdot f_i$
1	2	2
2	2	4
3	5	15
4	7	28
5	6	30
6	4	24
7	3	21
8	1	8
	30	132

#### Ejemplo 3:

En la tabla de la derecha se muestra la distribución de alturas en cm de 20 personas. Vamos a calcular su *media*.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{n} = \frac{3290}{20} = 164,5$$

	$x_i$	$f_i$	$x_i \cdot f_i$
[140,150)	145	2	290
[150,160)	155	5	775
[160,170)	165	7	1155
[170,180)	175	4	700
[180,190)	185	2	370
	20	3290	

### Mediana

Si ordenamos los valores que toma una variable estadística de menor a mayor, el valor que ocupa el lugar central de todos los datos es la **mediana**. Así pues la *mediana* deja el mismo número de datos por debajo de su valor que por encima. Se representa por  $M_e$ .

En una distribución sencilla de *variable discreta*, si el número de datos es impar ( $n$  impar), la *mediana* es el valor que ocupa la posición central ( $\frac{n}{2} + 1$ ). Si el número de datos es par ( $n$  par), la mediana es la media aritmética de los valores que ocupan las dos posiciones centrales ( $\frac{n}{2}$  y  $\frac{n}{2} + 1$ ).

$$M_e = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2}$$

Cuando los datos se distribuyen sin grandes variaciones la *mediana* casi coincide con la *media*. Pero cuando existen extremos muy alejados, la mediana puede ser más significativa que la media.

#### Ejemplos:

- Calcular la mediana de los datos 6, 19, 9, 27, 5, 23, 15, 27, 11.

Los ordenamos en orden creciente 5, 6, 9, 11, 15, 19, 23, 26, 27.

El valor central es 15.  $M_e = 15$ .

Se observa que hay cuatro datos menores que 15 y otros 4 mayores que 15.

- Calcular la mediana de los datos 5, 7, 10, 15, 20, 21, 24, 27.

Los valores centrales son 15 y 20, entonces  $M_e = (15 + 20)/2 = 17,5$

Igual que en el ejemplo anterior hay los mismos datos menores que la mediana que mayores.

### Mediana de una distribución dada en tabla de frecuencias

Si la distribución viene dada en *tabla de frecuencias*, calcularemos  $n/2$ , siendo  $n$  el número de datos. A continuación, buscaremos en la columna de las *frecuencias absolutas acumuladas* ( $F_i$ ) el primer valor estrictamente mayor a  $n/2$ . La *mediana* será el dato  $x_i$  correspondiente a esa *frecuencia absoluta acumulada*.

Si  $n/2$  coincide con alguna de frecuencias absolutas acumuladas, lo cual solo puede ocurrir si  $n$  es par, hay dos términos centrales que ocupan las posiciones  $\frac{n}{2}$  y  $\frac{n}{2} + 1$ . En este caso, la mediana es la media de estos valores.

$$M_e = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}$$

En el caso de una *variable continua*, cuyos datos se encuentran agrupados en intervalos, se llama **intervalo mediano** o **clase mediana** a aquella cuya frecuencia absoluta acumulada ( $F_i$ ) sobrepasa la mitad de los datos ( $n/2$ ). Como valor aproximado de la mediana puede tomarse la *marca de clase*,  $x_i$ , de la *clase mediana*. Si  $n/2$  coincide con un algún valor de  $F_i$ , la mediana es el extremo superior del intervalo que le corresponde.

#### Ejemplo:

En la tabla de frecuencias de la derecha sumando los valores de la columna de frecuencias  $f_i$  obtenemos  $n = 30$ . Calculamos:

$$n/2 = 30/2 = 15$$

Recorremos la columna de frecuencias acumuladas  $F_i$  de arriba a abajo hasta encontrar el primer valor superior a 15, lo encontramos en la cuarta fila,  $F_4 = 16$ . La mediana será el valor  $x_4 = 4$ . Por tanto:  $M_e = 4$ .

En este caso de los 30 datos estudiados, 15 serán menores o iguales que 4 y otros 15 serán mayores o iguales que 4.

$x_i$	$f_i$	$F_i$
1	2	2
2	2	4
3	5	9
4	7	16
5	6	22
6	4	26
7	3	29
8	1	30
	30	

## 4.2. MEDIDAS DE DISPERSIÓN.

Las **medidas de dispersión** nos informan sobre el grado de dispersión de los datos respecto del valor central, esto es, si los datos se acercan entre sí o están muy separados. Como ves, éstas son muy diferentes de las *medidas de centralización* que nos informaban sobre los valores centrales de la distribución estadística. Las *medidas de dispersión* más usadas son: el **rango o recorrido**, la **desviación media**, la **varianza** y la **desviación típica**.

### Rango o recorrido

El **rango** se define como la diferencia entre el valor máximo y el mínimo de la variable. Se representa por **R**. Viene siendo la longitud del tramo dentro del cual están los datos. Es la *medida de dispersión* más sencilla y la que proporciona menor información.

$$R = x_{máx} - x_{mín}$$

### Ejemplo:

Calcular el rango de la distribución: 4, 5, 7, 4, 2, 8, 2, 8, 4, 6. Primero las ordenamos en orden creciente 2, 2, 4, 4, 4, 5, 6, 7, 8, 8.

El mayor valor es 8 y el menor 2, por tanto:  $rango = 8 - 2 = 6$ .

### Desviación media

Es la media aritmética de las desviaciones de todos los datos respecto a la media. Se representa por **DM**. Para calcularla, primero hacemos la *media* y después hallamos la diferencia de cada dato con la media en valor absoluto. Por último, sumamos todos los valores absolutos de las diferencias y lo dividimos por el número de datos. Se calcula con la fórmula:

$$DM = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|}{n} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

### Ejemplo 1:

Calcular la *desviación media* de la distribución: 2, 4, 4, 5, 7, 8. Para hallar la *desviación media* calculamos primero la *media* de la distribución.

$$\bar{x} = \frac{30}{6} = 5$$

$$DM = \frac{|2 - 5| + |4 - 5| + |4 - 5| + |5 - 5| + |7 - 5| + |8 - 5|}{6} = \frac{10}{6} = 1,67$$

### Desviación media de una distribución dada en tabla de frecuencias

Si la distribución se presenta en una *tabla de frecuencias*, la *desviación media* se calcula con la siguiente fórmula, donde  $x_i$  son los valores que toma la distribución y  $f_i$  la frecuencia correspondiente. Si la distribución está agrupada en intervalos se toma como  $x_i$  la *marca de clase*.

$$DM = \frac{|x_1 - \bar{x}| \cdot f_1 + |x_2 - \bar{x}| \cdot f_2 + \dots + |x_n - \bar{x}| \cdot f_n}{n} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{n}$$

### Ejemplo 2:

Dada una *tabla de frecuencias* de una distribución, vamos a calcular *su desviación media*. En la práctica, calculamos primero la *media* como ya hemos visto.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{n} = \frac{132}{30} = 4,4$$

Añadimos dos nuevas columnas a la tabla. La primera con la distancia de cada dato a la media. La segunda como producto de la anterior por  $f_i$ .

Calculamos la suma de todos los datos de esta última, y aplicamos la fórmula.

$$DM = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{n} = \frac{42,8}{30} = 1,43$$

$x_i$	$f_i$	$x_i \cdot f_i$	$ x - x_i $	$f_i \cdot  x - x_i $
1	2	2	3,4	6,8
2	2	4	2,4	4,8
3	5	15	1,4	7,0
4	7	28	0,4	2,8
5	6	30	0,6	3,6
6	4	24	1,6	6,4
7	3	21	2,6	7,8
8	1	8	3,6	3,6
	30	132		42,8

La *desviación media* indica el grado de concentración o de dispersión de los datos de una distribución, si es muy alta, indica una gran dispersión; si es muy baja refleja buen agrupamiento. Se puede utilizar como *medida de dispersión*, sin embargo es mucho más significativa la desviación típica, que veremos a continuación.

## Varianza

La **varianza** es la media aritmética de los cuadrados de las distancias (desviaciones) de cada uno de los datos a la *media* de la distribución. La varianza se representa por **Var** o  $\sigma^2$ . Se calcula con la fórmula:

$$Var = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

o con la siguiente fórmula equivalente a la anterior:

$$Var = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

### Ejemplo 1:

Calcular la *varianza* de la distribución: 2, 4, 4, 5, 7, 8. Para hallar la *varianza* calculamos primero la *media* de la distribución.

$$\bar{x} = \frac{30}{6} = 5$$

$$Var = \frac{(2 - 5)^2 + (4 - 5)^2 + (4 - 5)^2 + (5 - 5)^2 + (7 - 5)^2 + (8 - 5)^2}{6} = \frac{24}{6} = 4$$

### Varianza de una distribución dada en tabla de frecuencias

Si la distribución se presenta en una *tabla de frecuencias*, la *varianza* se calcula con la siguiente fórmula, donde  $x_i$  son los valores que toma la distribución y  $f_i$  la frecuencia absoluta correspondiente. Si la distribución está agrupada en intervalos se toma como  $x_i$  la *marca de clase*.

$$Var = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot f_2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \cdot f_n}{n} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{n}$$

También podemos usar la fórmula abreviada.

$$Var = \frac{x_1^2 \cdot f_1 + x_2^2 \cdot f_2 + \dots + x_n^2 \cdot f_n}{n} - \bar{x}^2 = \frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{n} - \bar{x}^2$$

### Ejemplo 2:

Dada una *tabla de frecuencias* vamos a calcular su *varianza*. En la práctica, calculamos primero la *media* como ya hemos visto.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{n} = \frac{132}{30} = 4,4$$

Añadimos dos nuevas columnas a la tabla. La primera con los cuadrados de cada dato  $x_i$ . La segunda como producto de la anterior por  $f_i$ . Calculamos la suma de todos los datos de esta última, en este caso y aplicamos la fórmula abreviada.

$x_i$	$f_i$	$f_i \cdot x_i$	$x_i^2$	$f_i \cdot x_i^2$
1	2	2	1	2
2	2	4	4	8
3	5	15	9	45
4	7	28	16	112
5	6	30	25	150
6	4	24	36	144
7	3	21	49	147
8	1	8	64	64
	30	132		672

$$Var = \frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{n} - \bar{x}^2 = \frac{672}{30} - 4,4^2 = 3,04$$

## Desviación típica

La *varianza* tiene el problema de que las unidades en que se expresa, al estar elevadas al cuadrado, desvirtúan las medidas. Así, por ejemplo, si estudiamos las estaturas de un grupo de personas, al elevar al cuadrado las unidades serían  $\text{cm}^2$ , y esto no representa una longitud, sino una superficie. Esto hace que la *varianza* no sea muy significativa por no venir dada en la misma unidad de los datos. Para solucionar este problema usaremos la *desviación típica*.

La **desviación típica** se define como la raíz cuadrada de la varianza.  $\sigma = \sqrt{\text{Var}} = \sqrt{\sigma^2}$

Suele designarse con la letra griega  $\sigma$  (sigma minúscula) o por **s** o, de ahí que la *varianza* se escriba  $\sigma^2$  o **s**<sup>2</sup>. Es la medida de dispersión más importante y es indispensable para calcular otras medidas estadísticas posteriores que no estudiaremos en esta unidad.

Ejemplo:

Calcular la *desviación típica* de los dos ejemplos del apartado de la varianza.

a) En el primer ejemplo hemos obtenido  $\text{Var} = 4 \rightarrow \sigma = \sqrt{4} = 2$ .

b) En el ejemplo de la tabla de frecuencias la  $\text{Var} = 3,04 \rightarrow \sigma = \sqrt{3,04} = 1,74$ .

Con la *varianza* y la *desviación típica* podremos saber si un estudio estadístico es más uniforme o disperso que otro, teniendo ambos la misma *media aritmética*.

### Coeficiente de variación

Si en el mismo grupo de personas que hemos estudiado su altura, estudiamos también su peso y queremos comparar cuál de las dos distribuciones es más dispersa, las *desviaciones típicas* no nos sirven porque en un caso viene expresada en cm y en el otro en kg. Para compararlas necesitamos una nueva medida de dispersión.

Para tener una medida invariante respecto de la unidad de medida empleada, disponemos del denominado *coeficiente de variación*. El **coeficiente de variación** está definido como el cociente entre la *desviación típica* y la *media*., que se calcula según la fórmula

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

Suele darse en forma de porcentaje, multiplicando para ello el valor anterior por 100. Tiene como ventaja que no tiene asociada ninguna unidad, por lo que es muy útil para comparar la dispersión de dos distribuciones aunque los datos sean muy distintos.

Mide la desviación de una dispersión con respecto a la media. Cuanto más pequeño sea el coeficiente de variación, los datos estarán más concentrados alrededor de la media, y ésta resultará más significativa.

Ejemplos:

- El *coeficiente de variación* de las dos distribuciones del ejemplo de la desviación típica es:

$$a) CV = \frac{2}{5} \cdot 100 = 40\%$$

$$b) CV = \frac{1,74}{4,4} \cdot 100 = 39,5\%$$

- Calcular el *coeficiente de variación* de una distribución estadística cuya media es 15 y su *desviación típica* es 2,7.

$$CV = \frac{2,7}{15} \cdot 100 = 18\%$$

### 4.3. INTERPRETACIÓN DE DATOS ESTADÍSTICOS.

Una vez que sabemos calcular los parámetros estadísticos, vamos a ver algunos ejemplos de interpretación de estas medidas apoyándonos en las gráficas para entender mejor su significado.

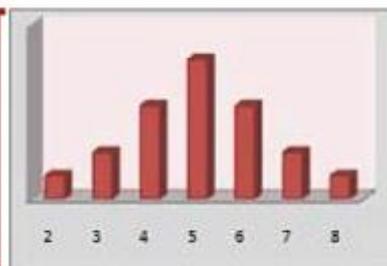
#### Interpretación conjunta de las tres medidas de centralización

La siguiente interpretación solo sirve si la distribución solo tiene una *moda*. Si calculamos la *media*, la *mediana* y la *moda* de las siguientes distribuciones obtenemos en cada caso:

##### Caso 1:

Las tres medidas coinciden. Esto se produce porque como podemos ver en la gráfica la *distribución es simétrica*. Si las tres medidas de centralización coinciden se trata de una distribución en la que los datos se distribuyen de forma simétrica alrededor de la media.

$x_i$	$f_i$
2	2
3	4
4	8
5	12
6	8
7	4
8	2
	40



$$\begin{aligned} \bar{x} &= 5 \\ Me &= 5 \\ Mo &= 5 \end{aligned}$$

##### Caso 2:

Las tres medidas no coinciden. Como podemos ver en la gráfica, la distribución queda desplazada a la izquierda. Si,  
 $moda < mediana < media$   
 los valores con mayor *frecuencia* son menores que la *media*.

$x_i$	$f_i$
2	3
3	12
4	11
5	6
6	5
7	2
8	1
	40

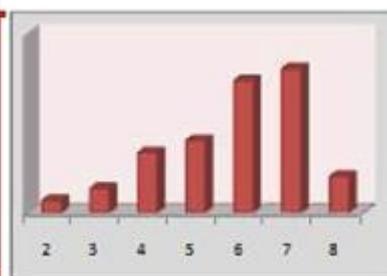


$$\begin{aligned} \bar{x} &= 4,2 \\ Me &= 4 \\ Mo &= 3 \end{aligned}$$

##### Caso 3:

Las tres medidas no coinciden. Como podemos ver en la gráfica, la distribución queda desplazada a la derecha. Si,  
 $media < mediana < moda$   
 los valores con mayor *frecuencia* son mayores que la *media*.

$x_i$	$f_i$
2	1
3	2
4	5
5	6
6	11
7	12
8	3
	40



$$\begin{aligned} \bar{x} &= 5,8 \\ Me &= 6 \\ Mo &= 7 \end{aligned}$$

#### Interpretación conjunta de la media y la desviación típica

Conociendo la *media* y la *desviación típica*, podemos tener una idea de cómo es una distribución. La *media* nos dice dónde está su centro y la *desviación típica* cómo de alejados de la media están los datos. Cuanto más agrupados estén los datos en torno a la media, menor será la *desviación típica*.

En las imágenes de la derecha podemos ver dos distribuciones. En el primer ejemplo la *desviación típica* es menor que el segundo, esto es porque en este último los datos están más alejados de la *media*.

Para comparar estos dos ejemplos, vamos a utilizar el *coeficiente de variación*.

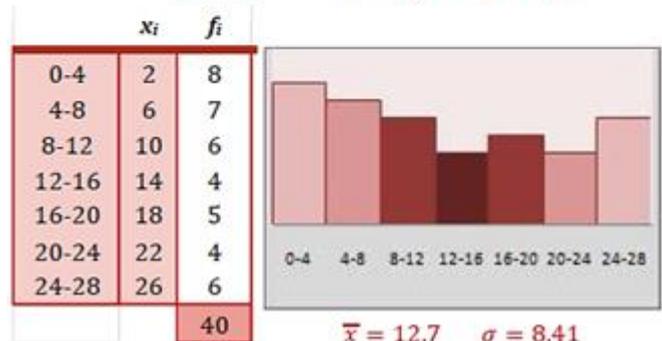
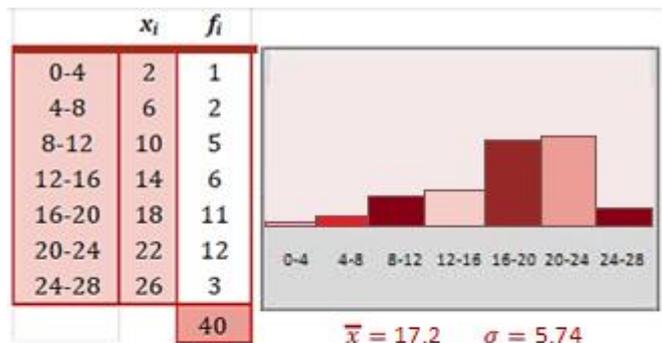
En la primera distribución:

$$CV = \frac{5,54}{12,7} \cdot 100 = 43,62\%$$

y en la segunda:

$$CV = \frac{8,41}{12,7} \cdot 100 = 66,22\%$$

Por tanto el CV de la segunda es mayor y nos indica que tiene una mayor dispersión.



## RESUMEN DEL TEMA 4

### 1. ESTADÍSTICA.

La **estadística** es la ciencia que se ocupa de *recoger, organizar y analizar* un gran volumen de datos, con el objeto de describir un fenómeno que se está estudiando y obtener conclusiones sobre el mismo.

Según el objetivo que se persiga a la hora de analizar los datos distinguiremos dos ramas en la estadística:

- **Estadística descriptiva o deductiva:** Esta parte de la *estadística* se limita a realizar deducciones directamente a partir de los datos y los parámetros estadísticos obtenidos que caracterizan la distribución.
- **Estadística inferencial o inductiva:** Utiliza resultados obtenidos mediante la *estadística descriptiva* y se apoya fuertemente en el cálculo de probabilidades.

#### 1.2. POBLACIÓN Y MUESTRA.

- **Población:** es el conjunto de todos los elementos a los que se somete a un estudio estadístico. Este conjunto de elementos cumple una característica.
- **Individuo:** es cada uno de los sujetos a los que se refiere el estudio estadístico. Conjunto de elementos que cumplen una característica.
- **Muestra:** es un subconjunto representativo de la *población*. Como ésta suele ser muy amplia, se toma una *muestra representativa* de la población.

El número de *individuos* que componen la *muestra* es el tamaño de la misma.

El procedimiento de selección de una *muestra* se denomina **muestreo** y para asegurarnos de que la muestra es realmente representativa debe elegirse al azar, de modo que todos los *individuos* de la *población* tengan la misma probabilidad de ser elegidos, es lo que se llama un **muestreo aleatorio**.

#### 1.2. VARIABLES ESTADÍSTICAS

Un **carácter o variable estadística** es cada una de las propiedades o características que podemos estudiar de la *población*. Cada uno de los posibles resultados que se pueden obtener se llama **valor** y el conjunto de los valores obtenidos son los **datos** de nuestro estudio estadístico.

Las *variables*, dependiendo de los posibles valores que puedan tomar se clasifican en:

- **Variables cualitativas.** Los valores de la variable no son números sino *cualidades* como el color, la forma o el sexo.
- **Variables cuantitativas.** Los datos se expresan numéricamente como la edad, el precio de la gasolina o la altura. Las variables cuantitativas pueden ser a su vez:
  - **Discretas.** La variable sólo puede tomar determinados valores, como el número de hermanos (puedes tener 1, 2 o 3 pero nunca 1,5), o el número de ventanas de una casa, etc.

- **Continuas.** La variable puede tomar cualquier valor, como por ejemplo el peso (una persona puede pesar 74 kg y otra 75, pero entre medias puede haber muchas con pesos intermedios, 74,5 kg., 74,75 kg., etc.).

## 2. ORGANIZAR Y REPRESENTAR INFORMACIÓN

Una vez recabados los datos es imprescindible organizarlos de manera que sean fácilmente comprensibles.

### 2.1. FRECUENCIA

- **Frecuencia absoluta:** es el número de veces que se repite un determinado valor  $x_i$  de un estudio estadístico. Se representa por  $f_i$ .
- **Frecuencia absoluta acumulada ( $F_i$ ):** Es la suma de todas las frecuencias absolutas hasta el valor  $x_i$ , incluido este último.
- **Frecuencia relativa:** es el cociente entre la *frecuencia absoluta* y el número total de datos ( $n$ ) obtenidos en nuestro estudio. Se representa por  $fr_i$ .
- **Frecuencia relativa acumulada ( $Fr_i$ ):** Es la suma de todas las *frecuencias relativas* hasta el valor  $x_i$ , incluido este último.
- **Frecuencia relativa porcentual:** es la *frecuencia relativa* expresada en %. Nos indica el porcentaje de cada valor respecto del total.

### 2.2. INTERVALOS O CLASES

En ocasiones conviene agrupar los valores de la variable estadística en **intervalos o clases**. Esto se suele realizar cuando:

- *La variable toma muchos valores diferentes.* Este suele ser el caso de las variables cuantitativas continuas. Por ejemplo, en un estudio sobre la altura de los adolescentes, podemos agrupar los valores de la variable en intervalos de 5 o 10 cm.
- *Valores distintos de la variable tienen un mismo significado estadístico.* Por ejemplo, si estudiamos las notas de una clase, nos puede interesar agrupar las calificaciones numéricas como suspensos, aprobados, notables y sobresalientes.

Los *intervalos* pueden tener amplitud diferente, aunque lo habitual es que sean iguales.

#### **Marca de clase**

Llamaremos **marca de clase** al punto medio de un *intervalo*. Es el valor que elegimos para representar a todos los datos incluidos en ese intervalo. Para calcularla hay que sumar los extremos del intervalo y dividir por dos.

### 2.3. TABLAS DE FRECUENCIAS

Después de recogidos los datos hay que tabularlos, es decir, confeccionar una tabla para organizarlos. Esto se consigue con una **tabla de frecuencias**, es decir, el número de veces que aparece cada dato y el tanto por uno de cada dato. Tendremos en cuenta si la variable que vamos a tabular es *discreta* o *continua*.

La *tabla de frecuencias* se confecciona a partir de los datos de las variables y refleja generalmente los valores de la frecuencia absoluta, frecuencia relativa, frecuencia absoluta acumulada y frecuencia relativa acumulada.

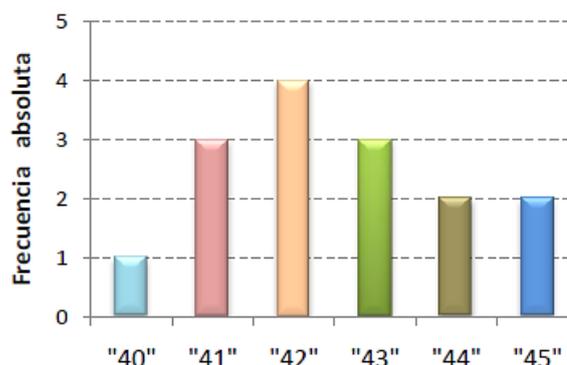
### 3. GRÁFICOS.

Una vez que tenemos todos los datos y hemos realizado la *tabla de frecuencias* podemos representar gráficamente estos datos. Existen varios tipos de gráficos y usaremos uno u otro dependiendo del número de datos, del tipo de variable, etc.

Si tenemos que representar una *variable cuantitativa*, utilizaremos un **diagrama de barras** o un **histograma**, según que las variables sean *discretas* o *continuas*. Para representar una *variable cualitativa*, utilizaremos un **diagrama de sectores**.

#### 3.1. DIAGRAMA DE BARRAS

Puede aplicarse a cualquier tipo de variable, aunque se considera el idóneo para *variables discretas*. Cada valor se corresponde con una *barra* de longitud proporcional a su *frecuencia*. En el eje horizontal colocaremos los *valores de la variable* y en el eje vertical, las *frecuencias*.

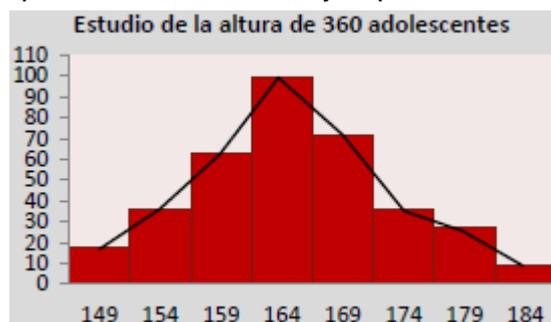


El *diagrama de barras* se utiliza para representar *tablas de frecuencia absoluta o relativa*.

#### 3.2. HISTOGRAMA

El histograma se utiliza para representar distribuciones de *variables continuas*, y en general cualquier variable cuyos datos vengan agrupados por *intervalos*. En el eje horizontal colocaremos los *valores de la variable* y en el eje vertical, las *frecuencias*.

Es muy parecido al *diagrama de barras* excepto que en este caso no hay separación entre las *barras*. Para ello se utilizan rectángulos de área proporcional a la *frecuencia*. Si los intervalos tienen igual amplitud se dibujan tan anchos como los intervalos, y de altura la frecuencia absoluta correspondiente a dicho intervalo.



El **polígono de frecuencias** es un complemento al *histograma*. Se construyen uniendo

los puntos medios de los rectángulos, bien de las barras de los diagramas o bien de los rectángulos de los histogramas, y prologando al principio y al final, hasta llegar al eje. Se utiliza para suavizar los escalones.

También podemos realizar *histogramas* y *polígonos* de la *frecuencia acumulada*.

#### 3.3. DIAGRAMA DE SECTORES

Se puede utilizar para todo tipo de variables, pero frecuentemente se usa para las *variables cualitativas*.

Es un círculo dividido en **sectores** cuyo ángulo es proporcional a la frecuencia de cada valor. La amplitud de cada sector se obtiene multiplicando la *frecuencia relativa* por  $360^\circ$ . El **ángulo** de cada sector es proporcional a la *frecuencia relativa* correspondiente.



Podemos establecer comparaciones utilizando *diagramas de sectores* para las mismas variables que correspondan a diferentes años.

#### 4. PARÁMETROS ESTADÍSTICOS

Después de obtener los datos de una distribución, necesitamos sintetizar la información para su posterior análisis. Para eso, obtendremos los **parámetros estadísticos** que serán de dos tipos: de **centralización** y de **dispersión**.

- **Parámetros de centralización:** Nos indican en torno a qué valor se distribuyen los datos.
- **Parámetros de dispersión:** Nos informan sobre cuánto se alejan del centro los valores de la distribución.

##### 4.1. MEDIDAS DE CENTRALIZACIÓN

- **Moda:** es el valor de la variable que más se repite. Se representa por  $M_o$ .
- **Media:** es el promedio de todos los valores de nuestro estudio. Para realizarla, sencillamente debemos sumar todos los datos y dividirlo por el número de éstos. Es decir, si  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  son los valores que toma la distribución la media se calcula así:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Se representa por  $\bar{x}$ .

##### Media de una distribución dada en tabla de frecuencias

Por lo general, en Estadística, los datos se nos presentan agrupados mediante *una tabla de frecuencias*. En este caso la *media* se define como la suma de los productos de cada valor de la distribución por su frecuencia respectiva dividida por el número de datos de la distribución. La fórmula para calcularla es:

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + \dots + x_n \cdot f_n}{n} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{n}$$

- **Mediana.** Si ordenamos los datos de la distribución de menor a mayor, la *mediana*, es el valor de la variable que ocupa la posición central de los datos. Es decir, deja tantos individuos antes, como después. Se representa por  $M_e$ .

##### Mediana de una distribución dada en tabla de frecuencias

Si la distribución viene dada en *tabla de frecuencias*, calcularemos  $n/2$  y a continuación, buscaremos en la columna de las *frecuencias absolutas acumuladas* ( $F_i$ ) el primer valor estrictamente mayor a  $n/2$ . La *mediana* será el dato  $x_i$  correspondiente a esa *frecuencia absoluta acumulada*.

## 4.2. MEDIDAS DE DISPERSIÓN.

- **Recorrido o rango:** es la diferencia entre el valor máximo y el mínimo de la variable. Se representa por **R**.
- **Desviación media:** es la media aritmética de las desviaciones o distancias de cada uno de los datos respecto a la *media*. Se representa por **DM**. Se calcula con la fórmula:

$$DM = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|}{n} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

### Desviación media de una distribución dada en tabla de frecuencias

Si la distribución se presenta en una *tabla de frecuencias*, la *desviación media* se calcula con la siguiente fórmula, donde  $x_i$  son los valores que toma la distribución y  $f_i$  la frecuencia correspondiente. Si la distribución está agrupada en intervalos se toma como  $x_i$  la *marca de clase*.

$$DM = \frac{|x_1 - \bar{x}| \cdot f_1 + |x_2 - \bar{x}| \cdot f_2 + \dots + |x_n - \bar{x}| \cdot f_n}{n} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{n}$$

- **Varianza:** La *varianza* es la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones distancias de cada uno de los datos a la *media* de la distribución. La varianza se representa por **Var**. Se calcula con la fórmula:

$$Var = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

o con la siguiente fórmula equivalente a la anterior:

$$Var = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

### Varianza de una distribución dada en tabla de frecuencias

Si la distribución se presenta en una *tabla de frecuencias*, la *varianza* se calcula con la siguiente fórmula, donde  $x_i$  son los valores que toma la distribución y  $f_i$  la frecuencia correspondiente. Si la distribución está agrupada en *intervalos* se toma como  $x_i$  la *marca de clase*.

$$Var = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot f_2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \cdot f_n}{n} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{n}$$

También podemos usar la fórmula abreviada.

$$Var = \frac{x_1^2 \cdot f_1 + x_2^2 \cdot f_2 + \dots + x_n^2 \cdot f_n}{n} - \bar{x}^2 = \frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{n} - \bar{x}^2$$

- **Desviación típica:** es la raíz cuadrada de la *varianza*.  $\sigma = \sqrt{Var} = \sqrt{\sigma^2}$ .
- **Coeficiente de variación.**

El **coeficiente de variación** está definido como el cociente entre la *desviación típica* y la *media*. Tiene como ventaja que no tiene asociada ninguna unidad, por lo que es muy útil para comparar la dispersión de dos distribuciones aunque los datos sean muy distintos. Suele darse en forma de porcentaje.

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100$$

## **ACTIVIDADES DEL TEMA 4: “ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA E INFERENCIAL APLICADA AL ENTORNO COTIDIANO”.**

- 1. Un fabricante de tornillos desea hacer un control de calidad. Para ello, recoge 1 de cada 100 tornillos producidos y lo analiza.**
  - a) ¿Cuál es la población?
  - b) ¿Cuál es la muestra?
  - c) ¿Cuáles son los individuos?
- 2. Un estudiante de estadística quiere conocer si los profesores de su universidad, UCLM, prefieren dictar clases con ropa formal o con ropa informal. Para ello, realiza una encuesta a 120 profesores de la UCLM elegidos de forma aleatoria. Identifique la población, muestra e individuos.**
- 3. Un fabricante de elásticos quiere estudiar su resistencia a la rotura. Para ello, los estira hasta que se rompen y anota el grado de estiramiento que alcanzan sin romperse. ¿Puede realizar dicho estiramiento sobre la población o es imprescindible realizarlo sobre una muestra? ¿Por qué?**
- 4. Se quiere estudiar el nivel de contaminación del agua de un determinado río. Elige la opción más adecuada para elegir la muestra:**
  - a) Se cogería una muestra de agua al azar de cualquier zona del cauce del río.
  - b) Se tomarían varias muestras de agua al azar de distintas zonas a lo largo del cauce del río y en distintos períodos de tiempo.
  - c) Se tomaría una muestra de agua al lado de una fábrica que vierte sus residuos directamente al cauce del río.
  - d) Se tomaría una muestra de agua en el lugar de nacimiento del río.
- 5. Identifica en las siguientes situaciones si la elección de la muestra se ha hecho de forma intencionada o aleatoria:**
  - a) Preguntamos a cien personas por su número de calzado en la puerta de una zapatería.
  - b) Preguntamos a 30 personas si conocen a Antonio Machín, en la puerta de un centro de la tercera edad.
  - c) Queremos saber si le gusta a la gente más el pescado o la carne, y hacemos preguntas al respecto en la puerta de un asador.
- 6. Clasifica las siguientes variables estadísticas en función de su tipo.**
  - a) Litros por metro cuadrado llovidos en Cuenca, en los últimos diez años.
  - b) Color más usado en las banderas de las ciudades de Castilla-La Mancha.
  - c) Especies animales en peligro de extinción.
  - d) Variación mensual del precio del tomate en la lonja de Albacete.
- 7. Indica si las siguientes variables aleatorias son cualitativas o cuantitativas:**
  1. Energía aportada por distintas marcas de muesli.

- a) Cualitativa.
  - b) Cuantitativa.
2. Sistema de calefacción utilizado en el invierno por familias de Madrid.
- a) Cualitativa.
  - b) Cuantitativa.
3. Volumen de basura generado por las familias de una barriada de Toledo.
- a) Cualitativa.
  - b) Cuantitativa.
4. Posibles soluciones al problema de la contaminación de las aguas.
- a) Cualitativa.
  - b) Cuantitativa.

**8. Clasifica estas variables en cualitativas o cuantitativas.**

- a) Marca de coche, temperatura mínima del día, número de hijos, número del zapato, colores preferidos, nota del examen, signo del zodiaco.
- b) De las variables cuantitativas, ¿cuáles de ellas son discretas y continuas?

**9. Anotamos el nombre de las distintas especies animales que se encuentran en el parque y resultan los siguientes valores:**

paloma, gorrión, gato, perro, ardilla, hormiga, mosquito, mosca, araña, cigüeña, mirlo, avispa, rana, lagartija, salamanesca, ratón, topo, urraca, golondrina, libélula, carpa, grillo, escarabajo, cochinilla, pato, cisne.

**Agrupar estos valores formando una tabla de frecuencias.**

**10. Haz una tabla de frecuencias de este estudio estadístico.**

Se lanza un dado 25 veces al aire y los valores obtenidos han sido:

4, 1, 5, 6, 3, 2, 1, 5, 3, 6, 4, 3, 5, 2, 1, 6, 4, 3, 5, 2, 5, 3, 1, 2, 5

**11. Se quiere realizar un estudio sobre la longitud de un tipo de tornillos que se hacen en una fábrica. Se elige al azar una muestra de 32 y se obtienen los siguientes resultados en milímetros.**

161	171	167	172	170	170	165	169	170	169	172	162	169	166	174	178
167	169	168	176	169	162	168	167	175	168	164	179	172	167	170	173

**Construye una tabla donde se muestren las marcas de clase, las frecuencias absolutas y relativas y las frecuencias acumuladas, tanto absolutas como relativas, de cada intervalo.**

**12. Representa la siguiente tabla de frecuencias que recoge los valores de la edad de 75 personas, usando un diagrama de barras y un polígono de frecuencias.**

Edad	Frecuencia
11	5
12	13
13	9
14	2
15	10

16	1
17	7
18	4
19	1
20	3
21	8
22	3
23	9

13. En la tabla siguiente puedes observar los alumnos de un centro de secundaria de Toledo agrupados según su altura, en centímetros, representa estos datos utilizando un histograma y su polígono de frecuencias.

Altura	[150,155)	[155,160)	[160,165)	[165,170)	[170,175)	[175,180)
Alumnos	59	78	128	214	185	121

14. En una clase de 3º E.S.O. de 24 alumnos se realizó una encuesta preguntando a qué dedicaban su tiempo de ocio. Las respuestas que dieron se reflejan en la siguiente tabla. Representa los resultados de este estudio en un diagrama de sectores.

Hobby ( $x_i$ )	$f_i$
Televisión	10
Lectura	5
Deporte	7
Otros	2

15. La siguiente tabla recoge la distribución de los resultados obtenidos por 203 personas en una prueba de acceso para un puesto de trabajo. Representa estos resultados utilizando un diagrama de sectores. Indica también el valor de los ángulos de cada sector.

Calificación	Apto	No Apto	En Reserva
Frecuencia	35	125	43

16. Resuelve estas dos cuestiones:

a) Las puntuaciones obtenidas por un grupo en una prueba han sido:  
15, 20, 15, 18, 17, 13, 13, 16, 15, 19, 18, 15, 16, 20, 16, 15, 18, 16, 14, 13.  
Realiza la tabla de frecuencias y un polígono de frecuencias como gráfico.

b) Los pesos de los 65 empleados de una fábrica vienen dados por la siguiente tabla:

Peso	[50, 60)	[60, 70)	[70, 80)	[80,90)	[90, 100)	[100, 110)	[110, 120)
$f_i$	8	10	16	14	10	5	2

Realiza la tabla de frecuencias y un histograma como gráfico.

17. En un determinado paraje se ha medido la altura de 11 olivos, siendo sus alturas 3,5 m; 3 m; 2,8 m; 3,4 m; 3,1 m; 2,6 m; 3,8 m; 3 m; 2,7 m; 2,8 m; 3,3 m. Calcula la altura media de los 11 olivos del paraje.

**18. Juan fue anotando las temperaturas de su pueblo durante los siete días de una semana:**

19 C°	21 C°	19 C°	18C°	18 C°	20 C°	18C°
-------	-------	-------	------	-------	-------	------

**Calcula la media, la mediana, la moda de los valores que representan las temperaturas de esa semana.**

**19. Calcula la moda, la media y la mediana de este estudio estadístico.**

Las notas de una determinada clase han sido las siguientes:

7, 4, 1, 5, 6, 8, 2, 5, 5, 9, 6, 10, 6, 5, 7, 4, 6, 5, 7, 5, 4, 5, 9, 7, 2, 3

**20. Se ha realiza una encuesta obteniendo los siguientes resultados:**

35, 65, 33, 71, 46, 57, 39, 50, 70, 66, 54, 38, 57, 48, 39, 69, 54, 37, 46, 62, 37, 46, 55, 72, 36, 64, 53, 47, 53, 43.

**Calcula la media, la moda, la mediana, el rango, la varianza y la desviación típica.**

**21. Obtener las medidas de dispersión de la siguiente distribución de notas:**

2	4	4	4	5	7	9	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	----

**22. Calcula el rango, la varianza y la desviación típica de este estudio estadístico.**

Las notas de una determinada clase han sido las siguientes:

7, 4, 1, 5, 6, 8, 2, 5, 5, 9, 6, 10, 6, 5, 7, 4, 6, 5, 7, 5, 4, 5, 9, 7, 2, 3

**23. La asistencia de espectadores a las 4 salas de un cine un determinado día fue de 200, 500, 300 y 1000 personas. Calcula la dispersión del número de asistentes y el coeficiente de variación.**

## SOLUCIONES

### 1. Soluciones:

- a) La totalidad de los tornillos de la fábrica.
- b) El conjunto de los tornillos analizados, en este caso, 100 (1% de la población).
- c) Cada uno de los tornillos.

### 2. Soluciones:

- Población: conjunto de todos los profesores de la UCLM.
- Muestra: 120 profesores de la UCLM.
- Individuo: cada uno de los profesores de la UCLM.

### 3. Solución:

Es imprescindible hacerlo sobre una muestra, porque interesa romper la menor cantidad de elásticos posible.

### 4. Solución: b).

### 5. Soluciones: a) aleatoria; b) intencionada; c) intencionada.

### 6. Soluciones: a) cuantitativa; b) cualitativa; c) cualitativa; d) cuantitativa.

### 7. Soluciones: 1. b); 2. a); 3. b); 4. a).

### 8. Soluciones:

- a) Cualitativas: marca de coche, colores preferidos y signo del zodiaco.  
Cuantitativas: temperatura mínima del día, número de hijos, número del zapato y nota del examen.
- b) Cuantitativas discretas: número de hijos y número del zapato.  
Cuantitativas continuas: temperatura mínima del día y nota del examen.

### 9. Solución:

Tipo de especie	Frecuencia
Aves	8
Peces	1
Mamíferos	5
Reptiles	2
Anfibios	1
Insectos	9
<b>Tamaño de la muestra</b>	<b>26</b>

### 10. Solución:

$x_i$	$f_i$	$F_i$	$f_{ri}$	$F_{ri}$	$f_{ri} \%$
1	4	4	4/25	4/25	$(4/25) \cdot 100 = 16\%$
2	4	8	4/25	8/25	$(4/25) \cdot 100 = 16\%$
3	5	13	5/25	13/25	$(5/25) \cdot 100 = 20\%$
4	3	16	3/25	16/25	$(3/25) \cdot 100 = 12\%$
5	6	22	6/25	22/25	$(6/25) \cdot 100 = 24\%$
6	3	25	3/25	25/25 = 1	$(3/25) \cdot 100 = 12\%$

### 11. Solución:

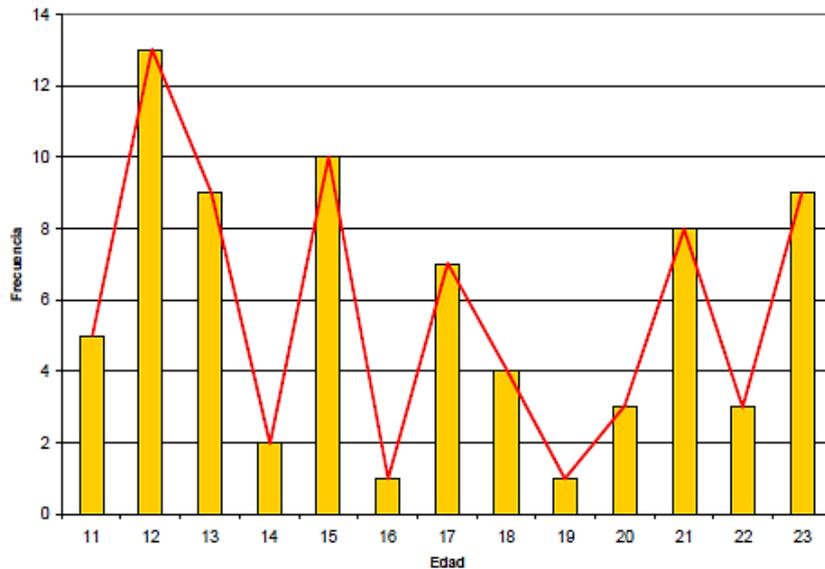
Empezaremos calculando el número de intervalos en los que vamos a agrupar los datos y la amplitud de los mismos:

$$n^{\circ} \text{ intervalos} = \sqrt{n} = \sqrt{32} = 5,65 \approx 6$$

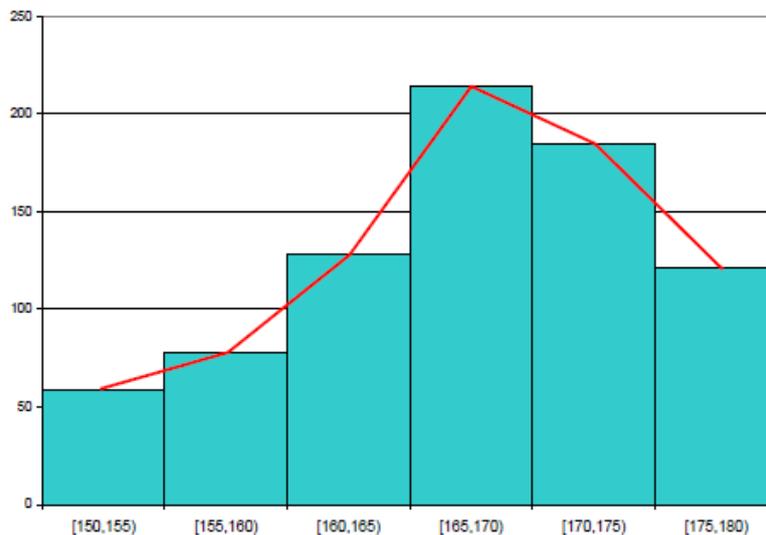
$$\text{Amplitud de los intervalos} = \frac{\text{Valor máximo} - \text{Valor mínimo}}{n^{\circ} \text{ intervalos}} = \frac{179 - 161}{6} = \frac{18}{6} = 3$$

Longitud en mm	Marcas de clase ( $x_i$ )	Frecuencia absoluta ( $f_i$ )	Frecuencia relativa ( $f_{ri}$ )	( $F_i$ )	( $F_{ri}$ )
[161,164)	162,5	3	$3/32 = 0,094$	3	$3/32 = 0,094$
[164,167)	165,5	3	$3/32 = 0,094$	6	$6/32 = 0,188$
[167,170)	168,5	12	$12/32 = 0,375$	18	$18/32 = 0,562$
[170,173)	171,5	8	$8/32 = 0,25$	26	$26/32 = 0,812$
[173,176)	174,5	3	$3/32 = 0,094$	29	$29/32 = 0,906$
[176,179)	177,5	3	$3/32 = 0,094$	32	$32/32 = 1$
		<b>32</b>	<b>1</b>		

### 12. Solución:



### 13. Solución:



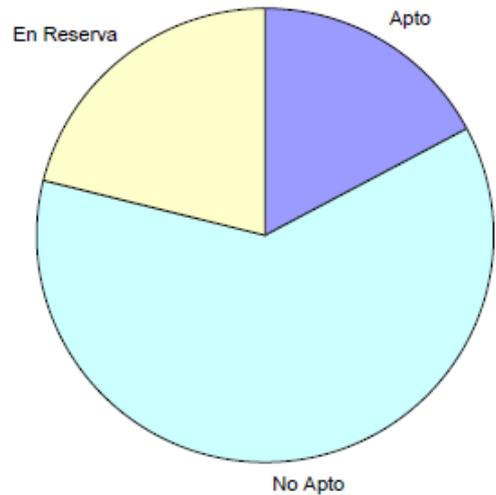
**14. Solución:**

- % Televisión =  $(10/24) \cdot 100 = 41,67\%$
- % Lectura =  $(5/24) \cdot 100 = 20,83\%$
- % Deporte =  $(7/24) \cdot 100 = 29,17\%$
- % Otros =  $(2/24) \cdot 100 = 8,33\%$
- Ángulo Televisión =  $(10/24) \cdot 360^\circ = 150^\circ$
- Ángulo Lectura =  $(5/24) \cdot 360^\circ = 75^\circ$
- Ángulo Deporte =  $(7/24) \cdot 360^\circ = 105^\circ$
- Ángulo Otros =  $(2/24) \cdot 360^\circ = 30^\circ$



**15. Solución:**

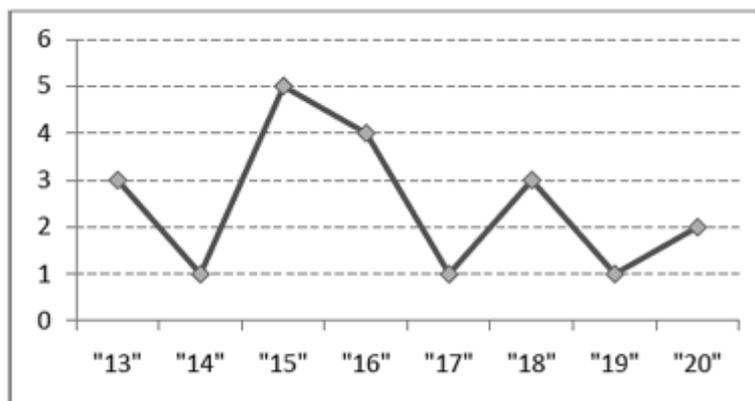
- % Aptos =  $(35/203) \cdot 100 = 17,24\%$
- % No Aptos =  $(125/203) \cdot 100 = 61,58\%$
- % En reserva =  $(43/203) \cdot 100 = 21,18\%$
- Ángulo Aptos =  $(35/203) \cdot 360^\circ = 62,07^\circ$
- Ángulo No aptos =  $(125/203) \cdot 360^\circ = 221,67^\circ$
- Ángulo En reserva =  $(43/203) \cdot 360^\circ = 76,26^\circ$



**16. Soluciones:**

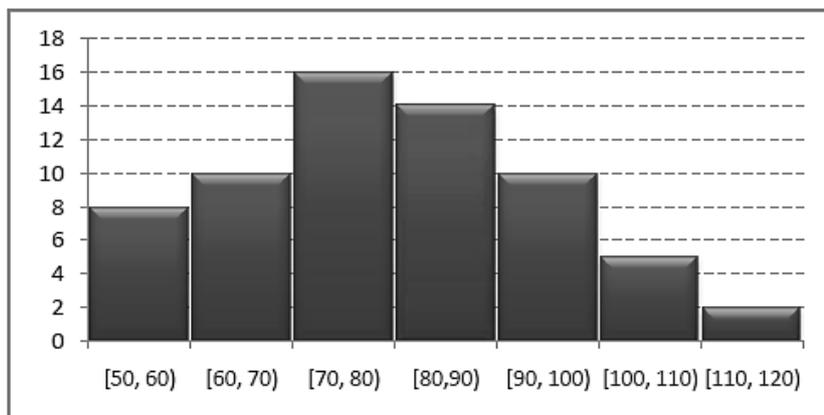
a)

$x_i$	$f_i$
13	3
14	1
15	5
16	4
17	1
18	3
19	1
20	2



b)

Peso	F. absoluta $f_i$
[50, 60)	8
[60, 70)	10
[70, 80)	16
[80,90)	14
[90, 100)	10
[100, 110)	5
[110, 120)	2



**17. Solución:**

$$\bar{x} = \frac{3,5 + 3 + 2,8 + 3,4 + 3,1 + 2,6 + 3,8 + 3 + 2,7 + 2,8 + 3,3}{11} = \frac{34}{11} = 3,09 \text{ m}$$

**18. Soluciones:**

$$\bar{x} = \frac{19 + 21 + 19 + 18 + 18 + 20 + 18}{7} = \frac{133}{7} = 19^\circ\text{C}$$

Si ordenamos los datos de menor a mayor tendremos: 18, 18, 18, 19, 19, 20, 21. Por tanto, la **mediana** será:  $M_e = 19^\circ\text{C}$ .

Si observamos los datos vemos que 18 °C es la temperatura que más se repite. Así que la **moda** será:  $M_o = 18^\circ\text{C}$ .

**19. Soluciones:**

Valores	F. absoluta $f_i$	Moda	$x_i \cdot f_i$	Media
1	1	<b><math>M_o = 5</math></b> Porque es el valor que más se repite	$1 \cdot 1 = 1$	Sumamos todas las cantidades y dividimos por el total de datos (26)  $\bar{x} = \frac{143}{26} = 5,5$
2	2		$2 \cdot 2 = 4$	
3	1		$3 \cdot 1 = 3$	
4	3		$4 \cdot 3 = 12$	
5	7		$5 \cdot 7 = 35$	
6	4		$6 \cdot 4 = 24$	
7	4		$7 \cdot 4 = 28$	
8	1		$8 \cdot 1 = 8$	
9	2		$9 \cdot 2 = 18$	
10	1		$10 \cdot 1 = 10$	
<b>Mediana</b>				
Ordenamos los valores: <b>1, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 8, 9, 9, 10</b> En este caso los valores centrales son 2. Hacemos la media aritmética y nos da 5  $Me = 5$				

**20. Soluciones:**

Debido a la gran variedad de datos que nos dan, organizaremos estos en intervalos. Para que la amplitud nos salga un valor entero tomaremos un dato más que el mayor de todos.

$$n^\circ \text{ intervalos} = \sqrt{n} = \sqrt{30} = 5,47 \approx 5$$

$$\text{Amplitud de los intervalos} = \frac{\text{Valor máximo} - \text{Valor mínimo}}{n^\circ \text{ intervalos}} = \frac{73 - 33}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

En primer lugar construiremos una tabla de frecuencias con aquellos datos que nos harán falta.

Intervalos	Marcas de clase ( $x_i$ )	Frecuencia absoluta ( $f_i$ )	Frecuencia absoluta acumulada ( $F_i$ )	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
[33,41)	37	8	8	296	10952
[41,49)	45	6	14	270	12150
[49,57)	53	6	20	318	16854
[57,65)	61	4	24	244	14884
[65,73)	69	6	30	414	28566
		<b>30</b>		<b>1542</b>	<b>83406</b>

Una vez realizada la tabla vamos a calcular los parámetros estadísticos que nos piden.

- **Media:**

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{n} = \frac{1542}{30} = 51,4$$

- **Moda:**  $M_o = 37$ .
- **Mediana:**  $n/2 = 15 \rightarrow F_i > 15 \rightarrow M_e = 53$ .
- **Rango:**  $R = 69 - 37 = 32$ .
- **Varianza:**

$$Var = \frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{n} - \bar{x}^2 = \frac{83406}{30} - 51,4^2 = 138,24$$

- **Desviación típica:**

$$\sigma = \sqrt{Var} = \sqrt{138,24} = 11,76$$

## 21. Soluciones:

Tabla de frecuencias

Valores ( $x_i$ )	Frecuencia absoluta ( $f_i$ )	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
2	1	2	4
4	3	12	48
5	1	5	25
7	1	7	49
9	2	18	162
10	1	10	100
	<b>9</b>	<b>54</b>	<b>388</b>

- **Rango:**  $R = 10 - 2 = 8$ .
- **Varianza:**

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{n} = \frac{54}{9} = 6$$

$$Var = \frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{n} - \bar{x}^2 = \frac{388}{9} - 6^2 = 7,11$$

- **Desviación típica:**

$$\sigma = \sqrt{Var} = \sqrt{7,11} = 2,67$$

## 22. Soluciones:

- **Rango:**  $R = 10 - 1 = 9$ .
- **Varianza:**

$x_i$	$f_i$	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$
1	1	1	1
2	2	4	8
3	1	3	9
4	3	12	48
5	7	35	175
6	4	24	144
7	4	28	196
8	1	8	64
9	2	18	162
10	1	10	100
		<b>143</b>	<b>907</b>

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{n} = \frac{143}{26} = 5,5$$

$$Var = \frac{x_1^2 \cdot f_1 + x_2^2 \cdot f_2 + \dots + x_n^2 \cdot f_n}{n} - \bar{x}^2$$

$$= \frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{n} - \bar{x}^2 = \frac{907}{26} - 5,5^2 = 4,63$$

- **Desviación típica:**

$$\sigma = \sqrt{Var} = \sqrt{4,63} = 2,15$$

**23. Soluciones:**

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{200 + 500 + 300 + 1000}{4} = 500$$

$$\sigma = \sqrt{Var} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{200^2 + 500^2 + 300^2 + 1000^2}{4} - 500^2} = 308,22$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{308,22}{500} = 0,616$$

## UNIDAD DE APRENDIZAJE Nº 8: FUNCIONES COMO MODELOS DE SITUACIONES COTIDIANAS. REGISTRO E INFERENCIA SOBRE LAS MISMAS.

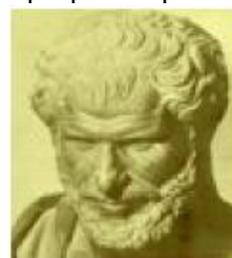
### TEMA 5. ESTRUCTURA DE LA MATERIA. LA FORMACIÓN DE SUSTANCIAS Y SU DENOMINACIÓN EN EL LENGUAJE CIENTÍFICO.

#### 1. TEORÍA ATÓMICA.

Miles de resultados experimentales avalan la idea de que los gases, los sólidos y los líquidos, en todo el universo, están formados por **átomos**. Pero llegar a esta conclusión le ha llevado a la humanidad siglos.

Los filósofos de la antigua Grecia pensaron mucho sobre esto. Uno de ellos, *Leucipo* (450 a.C.) supuso que después de muchas divisiones llegaríamos a tener una partícula tan pequeña que no se podría dividir más veces. Su discípulo, *Demócrito de Abdera* (470-380 a.C.), llamó **átomos** a estas partículas (átomo significa indivisible en griego).

Pero *Aristóteles*, el filósofo más importante de la época, no estaba de acuerdo con la idea de los *átomos indivisibles*. Para Aristóteles todas las sustancias estaban formadas por mezclas de cuatro elementos: *aire, tierra, agua y fuego*. Su enorme prestigio hizo que nadie cuestionase sus ideas, y el átomo de Demócrito fue olvidado durante más de 2.000 años.



Demócrito

##### 1.1. MODELO ATÓMICO DE JOHN DALTON (1808).

Este científico británico retoma la idea de los *átomos de Demócrito* para explicar las leyes de los gases y algunas leyes sobre las reacciones químicas. Los postulados de su teoría atómica publicada en 1808 fueron:

- Toda la materia está formada por **átomos indivisibles**.
- Todos los átomos de un **elemento químico** son idénticos, pero diferentes en forma y peso de los de otro elemento químico.
- Los **compuestos químicos** están formados por la unión de átomos de diferentes elementos, siempre en la misma proporción.
- En una **reacción química** los átomos no se crean ni desaparecen, solo cambian las uniones entre ellos.



John Dalton

Él pensaba que el átomo era una esfera indivisible, pero hoy ya sabemos que contiene partículas más pequeñas que él. Sin embargo, experiencias posteriores demostraron que la materia podía ganar o perder *carga eléctrica*, lo cual planteaba dudas sobre la distribución de dicha carga en el átomo. También confundía *elementos* con *compuestos* y por tanto se equivocaba en su composición.

##### 1.2. MODELO ATÓMICO DE THOMSON (1897).

Noventa años después de Dalton, el físico *J. J. Thomson* propuso la existencia de partículas con carga eléctrica negativa en los átomos de todos los elementos para explicar experimentos como la *electrolisis* o la *adquisición de carga eléctrica* cuando friccionamos los cuerpos; llamó a estas partículas **electrones** (del griego *elektron*, que significa “ámbar”).

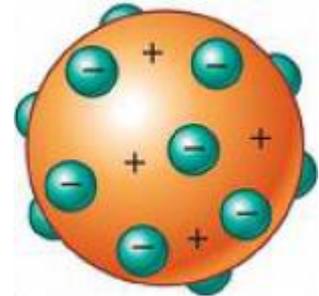


*J. J. Thomson*

Thomson midió experimentalmente la masa de los electrones y vio era mucho menor que la masa del átomo.

Por lo pronto, el átomo ya no era indivisible, como decía *Dalton*, ya que del átomo podían salir *electrones*, mucho menores que el átomo entero.

Pero, si la materia era eléctricamente neutra (sin carga), los átomos también debían ser neutros. Además de los *electrones*, tenía que haber una carga eléctrica positiva que compensara la negativa e hiciera neutro al átomo. *Thomson* pensó que los electrones podrían estar dispersados por una esfera homogénea de materia positiva.

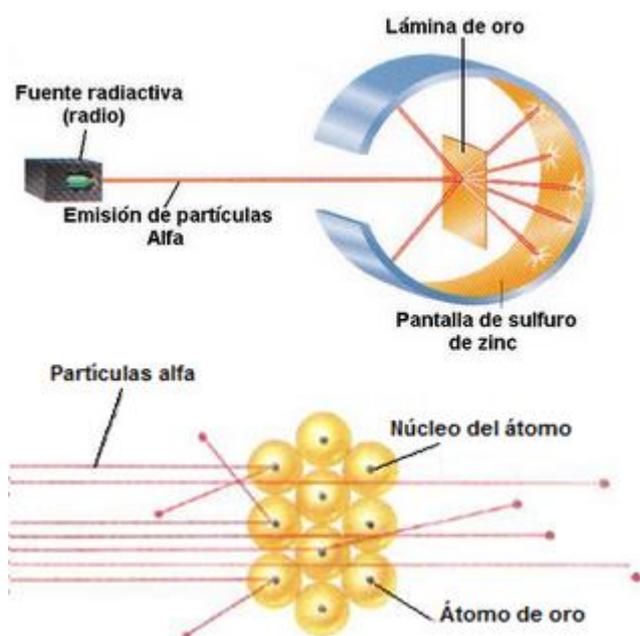


A este modelo se le conoció popularmente como modelo del “pudding de pasas”, en el que los electrones son las pasas sumergidas en una masa de bizcocho positiva. A esta carga positiva le llamó **protón**.

### 1.3. MODELO ATÓMICO DE RUTHERFORD (1909).

En 1909 *Ernest Rutherford* realizó un experimento que hoy lleva su nombre, y que permitió el desarrollo de un modelo atómico totalmente novedoso.

En dicho experimento bombardeó una lámina de oro muy fina (de grosor de unos pocos átomos) con *partículas alfa* (núcleos de helio), que poseen carga positiva. Tras atravesar la lámina, las *partículas alfa* chocaban contra una pantalla. De esta forma era posible observar si las partículas sufrían alguna desviación al atravesar la lámina. El resultado fue inesperado, resultando incompatible con el modelo de *Thomson*. *Rutherford* observó que:



1. La mayor parte de las partículas alfa atravesaban la lámina sin desviarse.
2. Un pequeño porcentaje atravesaba la lámina pero desviándose ligeramente.

3. Una cantidad minúscula de las partículas alfa (del orden de 1 cada 10000) rebotaba, volviendo en dirección contraria.

Después de darle vueltas al asunto durante casi dos años, *Rutherford* demostró que los átomos no eran macizos, como se creía, sino que están vacíos en su mayor parte y en su centro había un diminuto **núcleo** (de tamaño cien mil veces menor que el átomo entero). Alrededor de él estaban los **electrones**, que se movían en *órbitas* circulares o elípticas.

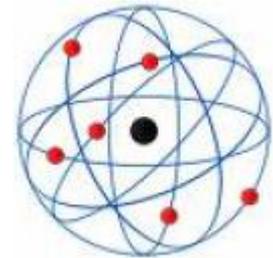


*Ernest Rutherford*

En 1910 *E. Rutherford* propuso un modelo para representar el átomo que era compatible con los resultados de su experimento, el llamado **modelo atómico de Rutherford** o *modelo atómico nuclear*.

Según este modelo, el átomo estaba formado por formado por dos partes: *núcleo* y *corteza*.

- El **núcleo** es la parte central, de tamaño muy pequeño, donde se encuentra toda la carga positiva y, prácticamente, toda la masa del átomo. Esta carga positiva del núcleo, en la experiencia de la lámina de oro, es la responsable de la desviación de las partículas alfa (también con carga positiva). Rutherford llamó **protones** a las partículas positivas del núcleo.
- Una **corteza** electrónica en la que se encuentran los *electrones* con masa muy pequeña y carga negativa, girando en torno al núcleo. La corteza es casi un espacio vacío, inmenso en relación con las dimensiones del núcleo. Eso explica que la mayor parte de las partículas alfa atravesaran la lámina de oro sin desviarse. Los electrones están ligados al núcleo por la atracción eléctrica entre cargas de signo contrario.



Además, en su estado fundamental, el átomo es eléctricamente neutro, lo que significa que contiene el mismo número de *protones* en el núcleo que de *electrones* en la corteza.

Estudios posteriores comprobaron que los *protones* no podían ser los únicos responsables de la masa del núcleo, lo que dio lugar al descubrimiento en 1932 por parte de *James Chadwick* de un nuevo tipo de partícula, de masa similar a la del *protón*, pero sin carga eléctrica alguna. De ahí su denominación como **neutrón**.

En la tabla siguiente se recogen los datos de carga y masa de las tres partículas que componen los átomos.

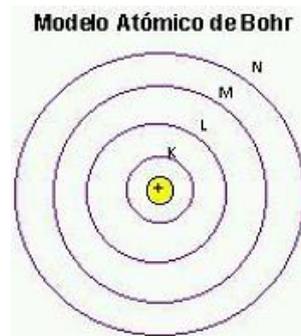
Partícula	Masa (kg)	Masa (u)	Carga (C)	Situación
▪ Protón	$1,672 \cdot 10^{-27}$	1,00728	$+1,6 \cdot 10^{-19}$	Núcleo
▪ Neutrón	$1,674 \cdot 10^{-27}$	1,00867	0	Núcleo
▪ Electrón	$9,1 \cdot 10^{-31}$	0,00055	$-1,6 \cdot 10^{-19}$	Corteza

#### 1.4. MODELO ATÓMICO DE BOHR.



Niels Bohr

El físico danés *Niels Bohr* (Premio Nobel de Física en 1922), postuló en 1913 que los electrones giran a grandes velocidades alrededor del núcleo atómico. En ese caso, los electrones se disponen en diversas órbitas circulares, las cuales determinan diferentes *niveles de energía*.



Este modelo tan sencillo y preciso ha sido sustituido por otros que tratan de acercarse más a la realidad.

El **modelo de Bohr** se puede resumir en tres postulados:

1. Los *electrones* se mueven alrededor del *núcleo* en trayectorias definidas llamadas *órbitas*.
2. Los *electrones* están ubicados en niveles definidos de energía; los niveles más internos son los menos energéticos.
3. Cuando los *electrones* ganan o pierden *cuantos de energía* es porque se han movido de un nivel a otro.

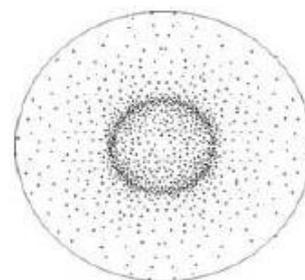


#### 1.5. MODELO ATÓMICO ACTUAL: MODELO MECANO-CUÁNTICO.

El modelo de *Rutherford* seguía sin explicar muchos fenómenos físicos importantes. Tampoco pudo hacerlo el modelo propuesto por el físico danés *Niels Bohr* un poco más tarde (es un modelo parecido al de *Rutherford*, pero los electrones solo pueden girar en unas cuantas órbitas permitidas). Hizo falta modificar estos modelos, naciendo de este modo, a principios del siglo XX, una nueva disciplina dentro de la Física: la **mecánica cuántica**.

Dada la dificultad de esta disciplina, describiremos muy brevemente cómo es el modelo que propone.

El *núcleo* sigue concentrando la carga positiva del átomo pero ya no se habla de *órbitas* definidas para el *electrón*, sino de *orbitales*. Un **orbital** se define como la zona del espacio donde hay mayor probabilidad de encontrar el electrón. Esta mayor probabilidad se indica en el dibujo con puntos y allí donde hay mayor probabilidad habrá más puntos. En el dibujo vemos claramente que encontraremos con mayor probabilidad el electrón cerca del núcleo.



Este nuevo *modelo atómico* se basa en el modelo de *Erwin Schrödinger*, físico austriaco que en 1926 predijo las regiones en las que la probabilidad de encontrar a un *electrón* era mayor.

El **modelo de Schrödinger** abandonó la idea de *orbitas* precisas y las sustituyó por descripciones de las regiones del espacio, llamadas *orbitales*, donde era más probable que se encontraran los electrones.



Erwin Schrödinger

De acuerdo con este nuevo modelo, alrededor del núcleo hay distintas *capas* o *niveles de energía*, en las cuales se sitúan los electrones. En cada *capa* cabe un determinado número de electrones que no se puede superar en ningún caso.

La distribución por capas de los electrones de los átomos de un elemento se conoce como **configuración electrónica** de dicho elemento.

Existen 7 niveles de energía o capas donde pueden situarse los electrones, numerados del 1, el más interno, al 7, el más externo.

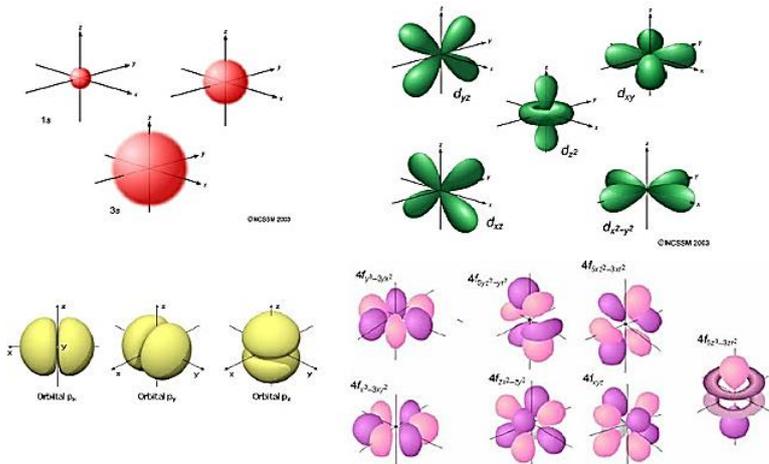
Si llamamos "*n*" al número de orden de cada una de las capas, empezando por la más cercana al *núcleo*, el *número máximo de electrones* de cada capa será igual a  $2 \cdot n^2$ . Por ejemplo, el número de electrones posibles en los 4 primeros *niveles de energía* o *capas* será:

<u>Capa</u>	<u>n</u>	<u>Nº electrones</u>
K	n = 1	2 electrones
L	n = 2	8 electrones
M	n = 3	18 electrones
N	n = 4	32 electrones

A su vez, cada nivel tiene sus electrones repartidos en distintos *subniveles (l)*, que pueden ser de cuatro tipos: *s*, *p*, *d*, *f*.

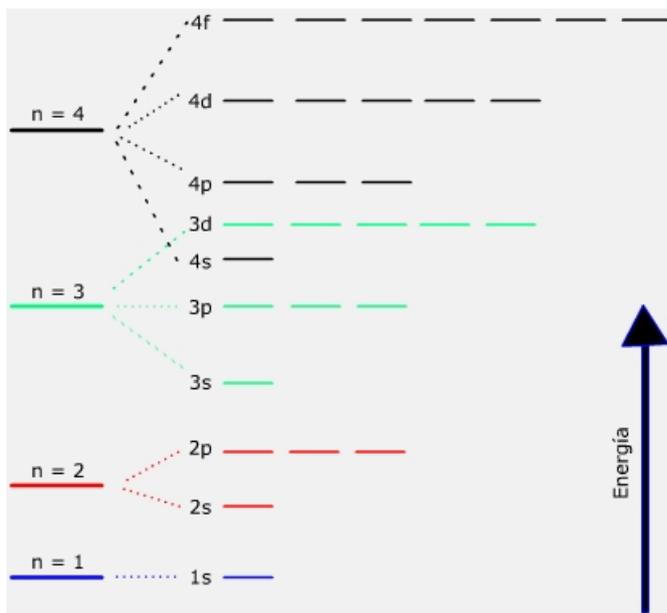
- *s*: de forma esférica.
- *p*: de forma dos esferas achatadas hacia un punto de contacto.
- *d*: de formas diversas.
- *f*: igual que los *d* adoptan formas diversas.

FORMA DE LOS ORBITALES ATÓMICOS (s, p, d, f)



En cada *subnivel* hay un número determinado de *orbitales* que pueden contener, como máximo, 2 electrones cada uno. Así, hay 1 orbital tipo *s*, 3 orbitales *p*, 5 orbitales *d* y 7 del tipo *f*. De esta forma el número máximo de electrones que admite cada subnivel es: 2 en el *s*; 6 en el *p* (2 electrones · 3 orbitales); 10 en el *d* (2 · 5); 14 en el *f* (2 · 7).

Los electrones van llenando los niveles y subniveles siguiendo un orden creciente de energía (ver esquema), de forma que su energía sea la menor posible.



La energía de los orbitales para átomos de varios electrones viene determinada por los **números cuánticos**  $n$  y  $l$ .

Además los átomos de cualquier elemento siguen otra regla: en su última capa (cualquiera que sea ésta) no puede haber más de ocho electrones (**regla del octeto**). La penúltima tampoco puede tener más de 18.

A los electrones situados en la última capa se les llama **electrones de valencia**, y a dicha capa, **capa de valencia**. De esos electrones dependen las propiedades químicas de las sustancias.

## 2. NÚMERO ATÓMICO Y NÚMERO MÁSCICO.

### Número atómico (Z)

La clasificación de los distintos tipos de átomos se realiza en función del número de protones que hay en su núcleo; a este número se le conoce como **número atómico** y se representa con la letra **Z**. Como el átomo es neutro, el *número atómico* también nos indica el número de electrones del átomo.

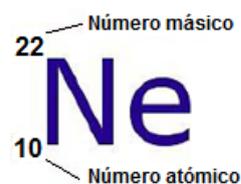
Cada **elemento químico** queda identificado por su *número atómico*. Si dos átomos tienen el mismo *número atómico*, son átomos del mismo elemento. Si, por el contrario, los átomos tienen distinto *número atómico*, pertenecen a dos elementos distintos.

### Número másico (A)

Es el número de protones más neutrones del núcleo, es decir, el número total de partículas que hay en el núcleo. Se representa con la letra **A** e indica prácticamente la masa del átomo. Como la masa de los electrones es insignificante, la masa de un átomo es prácticamente la suma de las de los protones y los neutrones que hay en su núcleo. Por esto, se llama **número másico** al número de protones ( $Z$ ) más el de neutrones ( $N$ ) de un átomo.

$$A = Z + N$$

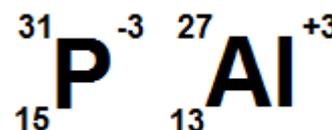
Cada *elemento químico* se representa mediante un *símbolo* que consiste en una o dos letras derivadas del nombre latino del mismo, acompañado de su número másico y su número atómico.



Si un átomo neutro gana o pierde electrones, queda cargado eléctricamente y se transforma en un **ion**. Si gana electrones, su carga es negativa y recibe el nombre de **anión** o **ion negativo**; si pierde electrones queda con carga positiva y se convierte en un **catión** o **ion positivo**.

Un *ion* se representa mediante el símbolo del elemento del que procede, con un superíndice a la derecha, que indica la carga que posee mediante un número y el signo + o el signo -.

Es un anión el  $N^{3-}$  donde el -3 nos indica que el nitrógeno ha ganado tres electrones, quedando cargado negativamente. Es un catión el  $Al^{3+}$ , donde el +3 indica que el aluminio ha perdido tres electrones y por eso está cargado positivamente.



### 2.1. ISÓTOPOS Y RADIATIVIDAD.

Todos los átomos de un *elemento químico* tienen el mismo número de protones, pero pueden diferenciarse en el número de neutrones.

Se llaman **isótopos** a los átomos que tienen el mismo número de protones y se diferencian en el número de neutrones. Por tanto, presentan el mismo *número atómico* (Z) y diferente *número másico* (A).

Los *isótopos* se nombran con el nombre del elemento seguido de su *número másico* (A), separados habitualmente por un guion. Ejemplos: *carbono-14*, *Uranio-238*.

Los isótopos de un átomo tienen todas las mismas propiedades químicas puesto que éstas dependen del número de protones. Como lo que varía de un isótopo a otro de un elemento es el número de neutrones que posee, lo que cambiará será su masa.

Muchos isótopos pueden desintegrarse espontáneamente emitiendo energía. Son los llamados **isótopos radioactivos**.

A finales del siglo XIX se descubrió que algunas sustancias, como el *uranio*, emitían radiaciones y, como consecuencia de ellas, sus núcleos perdían protones y neutrones, por lo que se convertían en átomos diferentes liberando gran cantidad de energía.

*Becquerel* descubrió que los minerales de uranio emiten ciertos rayos, invisibles para el hombre, pero capaces de penetrar a través de los cuerpos opacos.

*Pierre y Marie Curie* descubrieron un nuevo elemento, el *radio*, con las mismas propiedades que el uranio y que dio nombre al fenómeno denominado *radioactividad*.

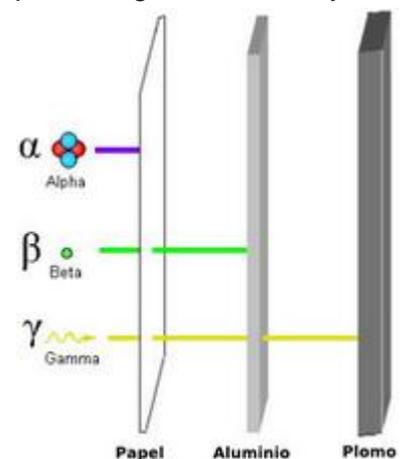
La **radiactividad** es una propiedad de los isótopos que son "inestables". Los núcleos de estos elementos emiten partículas y radiaciones hasta que se estabilizan.

De esta forma, los núcleos de estos átomos pueden llegar a convertirse en núcleos de otros elementos menos pesados. Los elementos con número atómico mayor de 83 carecen de isótopos estables; todos ellos son radioactivos.

Los tipos de radiación que pueden ser emitidos son:

- **Radiación alfa,  $\alpha$** . Emisión de núcleos de helio (carga +), muy energética y poco penetrante. No son capaces de atravesar una simple hoja de papel.
- **Radiación beta,  $\beta$** . Emisión de electrones (carga -) que se desplazan a gran velocidad y con un mayor poder de penetración que las partículas  $\alpha$ , pudiendo atravesar láminas de aluminio de algunos milímetros de espesor. La radiación que emite es bastante energética y penetrante.
- **Rayos gamma,  $\gamma$** . Son ondas electromagnéticas (neutras) de gran energía, muy penetrantes y de largo alcance. Para detenerlas se necesitan gruesas capas de plomo u hormigón.

Para medir la radiactividad se utilizan dispositivos detectores, siendo el de uso más común el contador *Geiger-Muller*.



## 2.1.1. APLICACIONES DE LA RADIOACTIVIDAD.

### Aplicaciones de los isótopos radiactivos

Los *isótopos radiactivos* tienen importantes aplicaciones, por ejemplo, en medicina, tanto en técnicas diagnósticas (se suelen utilizar rayos gamma) como con fines terapéuticos.

En ambos casos, la cantidad de radiación utilizada debe ser controlada para evitar que dañe células y tejidos sanos, aunque cuando se utilizan en la terapia de alguna enfermedad (en el cáncer, para destruir fundamentalmente células dañadas) la cantidad es mayor que cuando se emplean para diagnóstico. En el diagnóstico se utilizan radioisótopos que se fijan en determinados órganos y permiten observar su funcionamiento.

También algunos isótopos son útiles en otro tipo de aplicaciones, como el *carbono-14*, que permite averiguar la antigüedad de restos históricos y, por tanto, muy usado en arqueología.

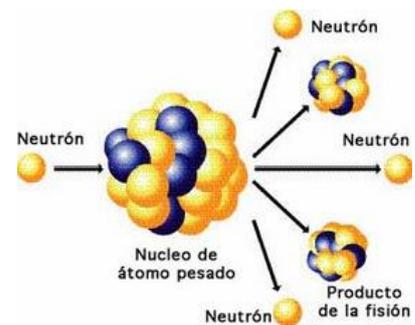
La industria alimentaria utiliza las radiaciones para conservar y esterilizar alimentos. Otra de las grandes aplicaciones es la producción de energía eléctrica en las centrales nucleares

### Energía nuclear

El fundamento de la energía nuclear es aprovechar, de forma controlada, la energía que se libera cuando se emite radiación.

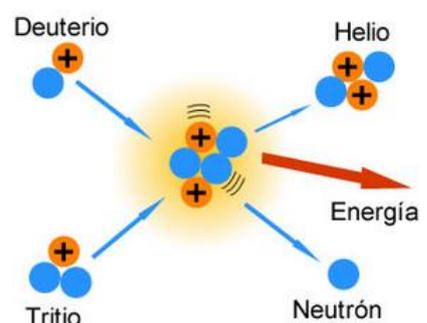
Si hacemos chocar a unos neutrones contra el núcleo de un átomo pesado, éste se rompe produciendo una **fisión nuclear**.

Por ejemplo, al bombardear un átomo de uranio 235, éste da lugar a dos átomos más ligeros y deja libres dos o tres neutrones y una elevada cantidad de energía. A su vez, cada uno de estos nuevos neutrones, chocará con otro átomo de uranio y lo romperá, liberándose en cada caso otros neutrones y energía. Y así sucesivamente, dando lugar cada vez a la ruptura de mayor número de átomos de uranio, en los que se llama una *fisión en cadena*, liberándose una enorme cantidad de energía nuclear de extraordinaria potencia.



Otra forma de obtener energía nuclear es mediante la *fusión de átomos ligeros*, como ocurre en las estrellas.

Por ejemplo, al unir los isótopos del hidrógeno se forma *helio* y se libera una enorme cantidad de energía. Es en esta técnica, la **fusión nuclear**, en la que se trabaja intensamente hoy, porque supondría una fuente inagotable de energía ya que el hidrógeno es el elemento más abundante en el universo. La dificultad está en conseguir las condiciones que requiere este proceso para iniciarse y la forma de controlar la enorme energía que se liberaría.



A pesar de que la primera aplicación de esta energía fue la bomba atómica, son muchas sus aplicaciones. En una *central nuclear* se realizan *reacciones nucleares de fisión* de manera

controlada, aprovechando la energía que se libera en dichos procesos para producir energía eléctrica.

### 3. CLASIFICACIÓN DE LOS ELEMENTOS: EL SISTEMA PERIÓDICO.

A comienzos del siglo XIX se conocían unos 30 elementos químicos. En cincuenta años, su número se duplicó y se hizo necesaria una clasificación. Entonces se observaron ciertas semejanzas entre algunos de ellos. Esto hizo que los elementos se fueran agrupando según sus características físicas y químicas y así se obtuvo la primera tabla.

En 1869 el químico ruso *Mendeléiev* creó lo que hoy se conoce como **Sistema Periódico** o **Tabla Periódica**. Clasificó en *grupos* los 63 elementos que se conocían entonces, situando en columnas los que tenían propiedades semejantes.

*Mendeléiev* dejó huecos prediciendo la aparición de nuevos elementos. Esta hipótesis suya se vería efectivamente cumplida posteriormente.

El *Sistema Periódico* es una *tabla* que muestra los átomos conocidos en la actualidad mediante sus símbolos químicos, ordenados según su *número atómico (Z)*. Así que, en última instancia, es la *configuración electrónica* de los elementos la que ordena la tabla periódica. En la actualidad existen 118 elementos químicos conocidos.

En la **tabla periódica de elementos** las columnas verticales se llaman **grupos**. Estos *grupos* están formados por *familias* de elementos químicos que tienen características o propiedades químicas similares entre sí. Hay 18 grupos. Los elementos situados en dos filas fuera de la tabla pertenecen al grupo 3. Entre ellos, existen grupos más numerosos (los denominados A) y otros menos numerosos (los denominados B). El número que aparece en cada uno de los grupos indica la cantidad de electrones en la capa más externa de todos los elementos que aparecen en esa columna.

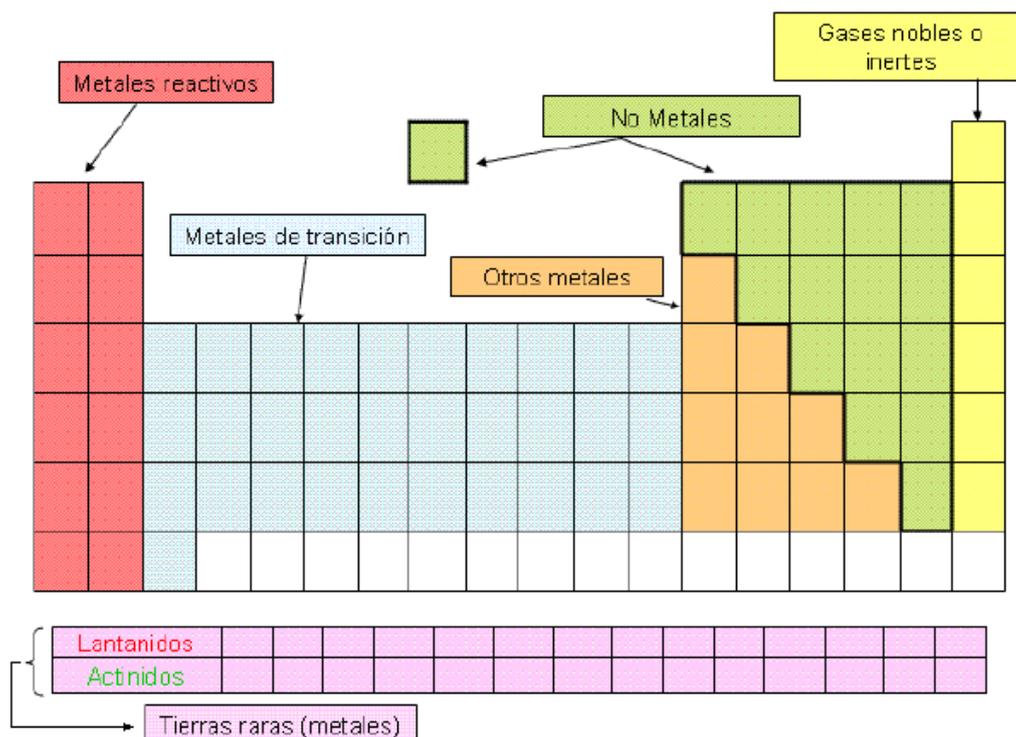
Las filas horizontales de la tabla periódica se llaman **períodos**. Cada *periodo* agrupa los elementos según su número atómico creciente. Hay 7 períodos de longitud diferente. El *periodo* que ocupa un elemento coincide con su última capa electrónica. Es decir, un elemento con cinco capas electrónicas, estará en el quinto periodo.

Los **símbolos químicos** son los distintos signos abreviados que se utilizan para identificar los elementos y compuestos químicos en lugar de sus nombres completos. Algunos elementos frecuentes y sus símbolos son: C, carbono; O, oxígeno; N, nitrógeno; H, hidrógeno, Cl, cloro; etc.

La mayoría de los *símbolos químicos* se derivan de las letras del nombre latino del elemento. La primera letra del símbolo se escribe con mayúscula, y la segunda (si la hay) con minúscula. Los símbolos de algunos elementos conocidos desde la antigüedad, proceden normalmente de sus nombres en latín. Por ejemplo, Cu de *cuprum* (cobre), Ag de *argentum* (plata), Au de *aurum* (oro) y Fe de *ferrum* (hierro).

En esta *tabla periódica* podemos distinguir tipos de elementos agrupados en función de algunas de sus propiedades:

- **Gases Nobles.** Son los elementos del último grupo (grupo 18): Según la *regla del octeto*, los átomos tienden a tener en su última capa 8 electrones. Los gases nobles o inertes tienen su configuración electrónica de esa forma. Se llaman así porque no reaccionan con ningún otro. Se encuentran en la naturaleza aislados ya que no forman compuestos con otros elementos.
- **No metales.** Son unos pocos elementos (unos 20) situados a la derecha de la tabla. Tienen casi completa su última capa y tienen tendencia a captar electrones de otros átomos, hasta adquirir los 8 electrones en su última capa, por lo que adquieren carga negativa y se convierten en *aniones* o *iones negativos*. La mayoría son líquidos o gases a temperatura ambiente. Son malos conductores del calor y la electricidad.
  - *Halógenos.* Son los no metales que forman el grupo 17.
  - *Metaloides* o *semimetales.* Son 7 elementos con propiedades intermedias entre los metales y los no metales
- **Metales.** Ocupan el centro e izquierda de la tabla. La mayoría de los elementos tienen en su última capa 1 o 2 electrones. Estos elementos tienen tendencia a perder esos electrones, quedando cargados positivamente y convirtiéndose en *iones positivos* o *cationes*. Casi todos son sólidos a temperatura ambiente. Son buenos conductores del calor y la electricidad. Tienen brillo y reaccionan fácilmente con sustancias ácidas,
  - *Alcalinos.* Son metales del grupo 1 excepto de hidrógeno.
  - *Alcalinotérreos.* Son metales del grupo 2.
  - *Metales de transición.* La gran mayoría del centro de la tabla. Son los que más carácter metálico presentan.
- **Lantánidos y Actínidos.** También conocidos como “*tierras raras*”. Forman parte del grupo 3 y de los periodos 6 y 7. Son importantes el Uranio y el Plutonio como combustibles nucleares.



En la siguiente figura podemos ver la tabla periódica con todos sus datos al completo.

Tabla Periódica de los Elementos

<b>1A</b>	<b>2A</b>											<b>3A</b>	<b>4A</b>	<b>5A</b>	<b>6A</b>	<b>7A</b>	<b>8A</b>	
<b>1</b> H 1.00794 Hidrógeno	<b>3</b> Li 6.941 Litio	<b>4</b> Be 9.012182 Berilio											<b>5</b> B 10.811 Boro	<b>6</b> C 12.0107 Carbono	<b>7</b> N 14.0067 Nitrógeno	<b>8</b> O 15.9994 Oxígeno	<b>9</b> F 18.9984032 Fluor	<b>10</b> Ne 20.1797 Neón
<b>11</b> Na 22.989769 Sodio	<b>12</b> Mg 24.3050 Magnesio											<b>13</b> Al 26.9815386 Aluminio	<b>14</b> Si 28.0855 Silicio	<b>15</b> P 30.973762 Fósforo	<b>16</b> S 32.065 Azufre	<b>17</b> Cl 35.453 Cloro	<b>18</b> Ar 39.948 Argón	
<b>19</b> K 39.0983 Potasio	<b>20</b> Ca 40.078 Calcio	<b>21</b> Sc 44.955912 Escandio	<b>22</b> Ti 47.867 Titanio	<b>23</b> V 50.9415 Vanadio	<b>24</b> Cr 51.9961 Cromo	<b>25</b> Mn 54.938045 Manganeso	<b>26</b> Fe 55.845 Hierro	<b>27</b> Co 58.933195 Cobalto	<b>28</b> Ni 58.6934 Níquel	<b>29</b> Cu 63.546 Cobre	<b>30</b> Zn 65.38 Zinc	<b>31</b> Ga 69.723 Galio	<b>32</b> Ge 72.64 Germanio	<b>33</b> As 74.92160 Arsénico	<b>34</b> Se 78.96 Selenio	<b>35</b> Br 79.904 Bromo	<b>36</b> Kr 83.798 Kriptón	
<b>37</b> Rb 85.4678 Rubidio	<b>38</b> Sr 87.62 Estroncio	<b>39</b> Y 88.90585 Itrio	<b>40</b> Zr 91.224 Zirconio	<b>41</b> Nb 92.90638 Niobio	<b>42</b> Mo 95.96 Molibdeno	<b>43</b> Tc [98] Tecnecio	<b>44</b> Ru 101.07 Rutenio	<b>45</b> Rh 102.90550 Rodio	<b>46</b> Pd 106.42 Paladio	<b>47</b> Ag 107.8682 Plata	<b>48</b> Cd 112.411 Cadmio	<b>49</b> In 114.818 Indio	<b>50</b> Sn 118.710 Estano	<b>51</b> Sb 121.760 Antimonio	<b>52</b> Te 127.60 Teluro	<b>53</b> I 126.90447 Yodo	<b>54</b> Xe 131.298 Xenón	
<b>55</b> Cs 132.9054519 Cesio	<b>56</b> Ba 137.327 Bario	<b>57-71</b> Lantánidos	<b>72</b> Hf 178.49 Hafnio	<b>73</b> Ta 180.94788 Tantalio	<b>74</b> W 183.84 Wolframio	<b>75</b> Re 186.207 Renio	<b>76</b> Os 190.23 Osmio	<b>77</b> Ir 192.217 Iridio	<b>78</b> Pt 195.084 Platino	<b>79</b> Au 196.966569 Oro	<b>80</b> Hg 200.59 Mercurio	<b>81</b> Tl 204.3833 Talio	<b>82</b> Pb 207.2 Plomo	<b>83</b> Bi 208.98040 Bismuto	<b>84</b> Po [209] Polonio	<b>85</b> At [210] Astato	<b>86</b> Rn [222] Radón	
<b>87</b> Fr [223] Francio	<b>88</b> Ra [226] Radio	<b>89-103</b> Actínidos	<b>104</b> Rf [261] Rutherfordio	<b>105</b> Db [268] Dubnio	<b>106</b> Sg [271] Seaborgio	<b>107</b> Bh [272] Bohrio	<b>108</b> Hs [270] Hassio	<b>109</b> Mt [278] Meitnerio	<b>110</b> Ds [281] Darmstadtio	<b>111</b> Rg [280] Roentgenio	<b>112</b> Cn [285] Copernicio	<b>113</b> Nh [284] Nhunio	<b>114</b> Fl [289] Flerovio	<b>115</b> Uup [288] Ununseptio	<b>116</b> Lv [293] Livermorio	<b>117</b> Uus [294] Ununseptio	<b>118</b> Uuo [294] Ununoctio	
<b>Lantánidos</b>																		
<b>57</b> La 138.90547 Lantano	<b>58</b> Ce 140.116 Cerio	<b>59</b> Pr 140.90765 Praseodimio	<b>60</b> Nd 144.242 Neodimio	<b>61</b> Pm [145] Prometio	<b>62</b> Sm 150.36 Samario	<b>63</b> Eu 151.964 Europio	<b>64</b> Gd 157.25 Gadolinio	<b>65</b> Tb 158.92535 Terbio	<b>66</b> Dy 162.500 Disprosio	<b>67</b> Ho 164.93032 Holmio	<b>68</b> Er 167.259 Erbio	<b>69</b> Tm 168.93421 Terbio	<b>70</b> Yb 173.054 Iterbio	<b>71</b> Lu 174.9668 Lutecio				
<b>Actínidos</b>																		
<b>89</b> Ac [227] Actinio	<b>90</b> Th 232.03806 Torio	<b>91</b> Pa 231.03688 Protactinio	<b>92</b> U 238.02891 Uranio	<b>93</b> Np [237] Neptunio	<b>94</b> Pu [244] Plutonio	<b>95</b> Am [243] Americio	<b>96</b> Cm [247] Curio	<b>97</b> Bk [247] Berkelio	<b>98</b> Cf [251] Californio	<b>99</b> Es [252] Einsteinio	<b>100</b> Fm [257] Fermio	<b>101</b> Md [258] Mendelevio	<b>102</b> No [259] Nobelio	<b>103</b> Lr [262] Lawrencio				

Alcalino	Alcalinotérreo	Metales del bloque p	Gas noble
No metal	Metal de transición	Lantánidos	Actínidos
		Halógeno	

#### 4. EL ENLACE QUÍMICO.

Salvo en el caso de los *gases nobles*, cuyos átomos permanecen normalmente aislados, los átomos de los elementos tienden a unirse unos a otros para formar **moléculas**. De esta manera se construyen todas las sustancias: agua, madera, metales,...

Los **electrones de valencia** son los electrones que se encuentran en los mayores niveles de energía del átomo, siendo estos los responsables de la interacción entre átomos distintos o entre los átomos iguales. Los electrones en los niveles de energía externos son aquellos que serán utilizados en la formación de *compuestos*.

Estos electrones, conocidos como "*electrones de valencia*", son los que presentan la facilidad de formar **enlaces**. Estos *enlaces* pueden darse de diferente manera, ya sea *por intercambio de estos electrones*, *por compartición de pares de electrones* entre los átomos en cuestión o por el *tipo de interacción* que se presenta en el *enlace metálico*, que consiste en un "traslape" de bandas.

Según sea el número de estos electrones, será el número de enlaces que puede formar cada átomo con otro u otros. Sólo los electrones externos de un átomo pueden ser atraídos por otro átomo cercano.

En la formación del *enlace*, los elementos tienden a adquirir la estructura electrónica de gas noble, por ser más estable. Los átomos de los elementos tienden a ganar, perder o compartir electrones para alcanzar los ocho electrones en su *última capa o nivel más externo* para adquirir la máxima estabilidad (o sólo dos si su nivel más externo es el primero). A esta última capa se le llama **capa de valencia** y a la regla que siguen los átomos se le conoce como **regla del octeto**.

La *regla del octeto* no es un principio general, pues presenta numerosas excepciones.

La **valencia** de un elemento es el número de electrones que necesita o que le sobra para tener completo su último nivel. La valencia de los gases nobles, por tanto, será cero, ya que tienen completo el último nivel.

Así, un átomo cederá sus últimos electrones si tiene pocos en la capa más externa, compartirá electrones con otros átomos o aceptará aquellos de los que se deshagan otros. Como consecuencia de estas alianzas el átomo queda cargado eléctricamente, es decir, se convierte en un *ion*.

En general podemos decir que para que los átomos logren la máxima estabilidad, todos aspiran a tener completa su capa más externa y por ello crean alianzas con otros átomos que dan lugar al **enlace químico**.

No todos los *enlaces químicos* son iguales, hay varias clases de enlace químico, dependiendo de la clase de átomos que se unen para formar la *molécula*.

##### 4.1. ENLACE IÓNICO.

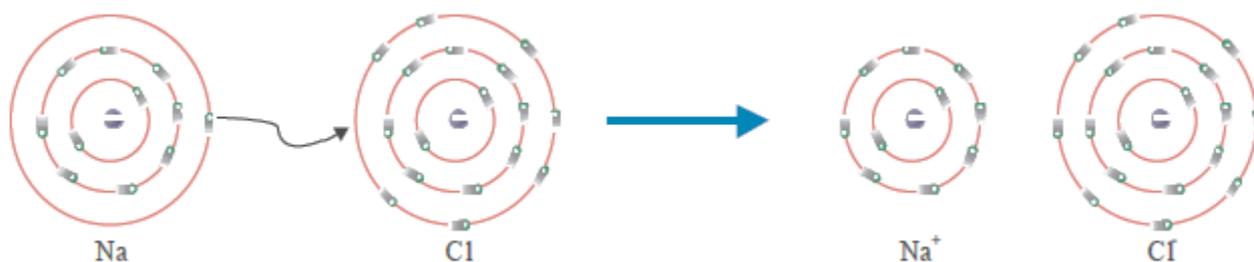
Los metales tienen tendencia a perder electrones, porque su última capa tiene muy pocos electrones, y los *no metales* tienen tendencia a capturarlos para conseguir esos 8 electrones en la última capa.

En el **enlace iónico** se produce una transferencia de electrones entre *un metal* y un *no metal*. Cuando un átomo de un *metal* y el de un *no metal* se acercan, el átomo del metal cederá al átomo

no metálico uno o varios electrones. El no metal quedará cargado negativamente y se habrá convertido en un **anión**, mientras que el átomo del metal, como ha perdido electrones, quedará cargado positivamente, ahora será un **cation**.

Los elementos de los tres primeros grupos de la tabla periódica forman *compuestos* de este tipo con la mayoría de los elementos de los grupos del quinto al séptimo de la tabla. En la mayoría de los casos, el número de electrones ganados y perdidos es tal que cada uno de los *iones* resultantes adquieren la configuración electrónica de gas noble.

Veamos esto con un ejemplo, la formación del *cloruro de sodio* ( $\text{NaCl}$ ):



Si metemos en el mismo recipiente sodio metálico y gas cloro, cada átomo de sodio,  $\text{Na}$ , perderá un electrón, se transforma en el catión  $\text{Na}^+$ , mientras que el átomo de cloro,  $\text{Cl}$ , ganará un electrón y se convertirá en el anión  $\text{Cl}^-$ : es una transferencia de un electrón de un átomo a otro.

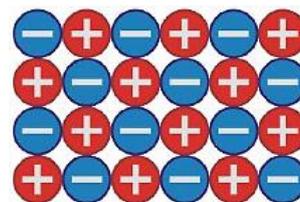
Como las cargas de distinto signo se atraen, los *cationes* y los *aniones* formados se unirán atraídos por sus cargas: se ha formado un **enlace iónico**, ya que lo que se mantiene unido son iones de distinta carga. Estos *iones* enlazados forman una *red cristalina tridimensional*.



La *estructura cristalina* "bien ordenada" se refleja en la forma geométrica externa de los minerales, que tienen caras planas y aristas bien definidas.

### Propiedades de los compuestos iónicos

Los **compuestos iónicos** están formados por pares de iones o por agrupaciones pequeñas. Cada ion tiende a rodearse de iones de carga opuesta, resultando una red tridimensional sólida, muy estable, constituida por gran número de iones positivos y negativos, ordenados alternativamente, que se denomina **crystal**.



Los *compuestos iónicos* presentan las siguientes propiedades:

- *Tienen temperaturas de fusión y ebullición elevadas.* Las fuerzas eléctricas de atracción entre los iones son muy intensas, para separarlos es preciso aportar mucha energía. Por eso estas sustancias iónicas son todas sólidas y duras a temperatura ambiental.
- *Son frágiles.* Un golpe hace vibrar la red; si una capa de los iones se desplaza y quedan enfrentados los de igual signo, se repelen y la red cristalina se fractura.
- *No forman moléculas aisladas,* sino redes tridimensionales (*crisales*).
- *No conducen la electricidad en estado sólido.* Esto es debido a que los iones están fijos en la red (solo pueden vibrar), no pueden desplazarse y por tanto no pueden transportar la corriente eléctrica.

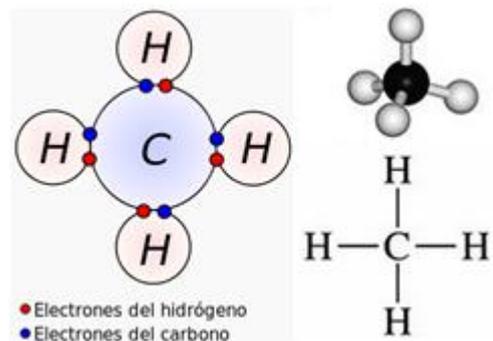
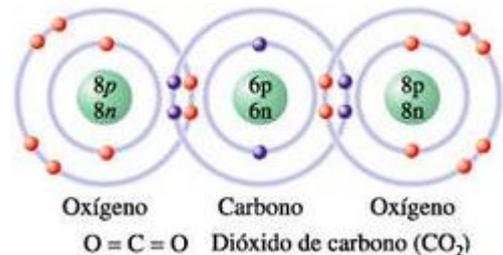
- *Fundidos, son buenos conductores.* Al fundirse la red, los iones pueden moverse con facilidad. Disueltos en agua son buenos conductores. El agua hace que se deshaga el enlace y rompe la red, con lo cual, quedan libres los iones que la forman.
- *Solubilidad.* Se disuelven bien (no siempre) en agua y poco o nada en disolventes orgánicos (aguarrás, gasolina, éter, tolueno...).

#### 4.2. ENLACE COVALENTE.

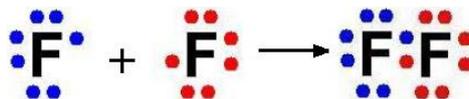
El **enlace covalente** se forma cuando dos átomos de carácter no metálico (electronegativos) comparten electrones, de tal modo que cada uno adquiere la configuración de gas noble.

Si se comparte un solo par de electrones, se habla de **enlace covalente sencillo**. Si se comparten dos pares tenemos un **doble enlace** y **triple enlace** si se comparten tres pares. Cuanto mayor sea el número de electrones compartidos, mayor será la fortaleza del enlace.

El *enlace covalente* está presente en la *molécula de metano (CH<sub>4</sub>)*. Cada átomo de hidrógeno comparte un par de electrones con el átomo de carbono. Se considera, por tanto, que los dos electrones del enlace pertenecen a ambos átomos. El *enlace covalente* lo representamos con un *guion (-)* entre los dos átomos.

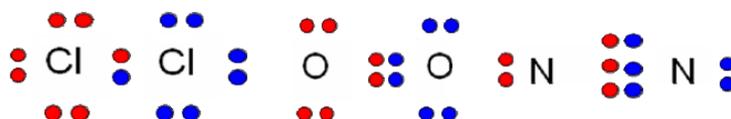


Para representar el enlace covalente, se suelen utilizar también los **diagramas de Lewis**. En estos *diagramas* los electrones de la última capa se representan como puntos. Los electrones compartidos se dibujan entre los dos átomos enlazados. El diagrama de Lewis de la molécula de gas flúor F<sub>2</sub> sería:



Para representar estos diagramas hay que saber el número de electrones externos (en la última capa) de los átomos.

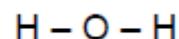
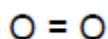
Algunos ejemplos de enlaces covalentes, Cl<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub> respectivamente:



Como vemos en el caso del cloro tenemos un *enlace covalente sencillo* ya que ambos necesitan compartir un electrón cada uno para tener 8 y tener así la estabilidad del gas noble. En el caso de la *molécula de oxígeno*, está formada por dos átomos de oxígeno. Como cada uno de ellos solo tiene 6 electrones en su capa de valencia, necesita de 2 electrones más cada uno para tener los 8 electrones y así una configuración estable. Se forma un *enlace covalente doble*, es por ello que el oxígeno se encuentra normalmente en forma molecular (O<sub>2</sub>), es decir, dos átomos de oxígeno juntos. En la *molécula de nitrógeno* ocurre lo mismo. Cada nitrógeno tiene 5 electrones en su capa

de valencia, necesitaría tres electrones más para alcanzar su estabilidad. De esta forma se forma un *enlace covalente triple* entre ellos.

Para simplificar la escritura los electrones de enlace se representan por una *raya* o *guion* entre ambos átomos:



Cuando los átomos se unen mediante este tipo de enlace se forman unas nuevas entidades formadas por los átomos unidos. Son las **moléculas**.

Las *moléculas* (y las sustancias que estas forman) se representan habitualmente mediante **fórmulas químicas**. En una *fórmula química*, se escriben los símbolos de los elementos que forman la molécula, añadiendo números que indican el número de átomos de cada elemento que intervienen. Así, en los ejemplos que aparecen más arriba, las fórmulas de cada sustancia serían:

$\text{F}_2$  (molécula de flúor); Oxígeno:  $\text{O}_2$  (molécula de oxígeno);  $\text{H}_2\text{O}$  (molécula de agua)

En el *enlace covalente*, aunque los átomos se unen unos a otros con fuerza, no ocurre lo mismo con las moléculas, que apenas si se unen entre sí, por lo que se pueden separar con facilidad.

#### **Propiedades de las sustancias covalentes moleculares:**

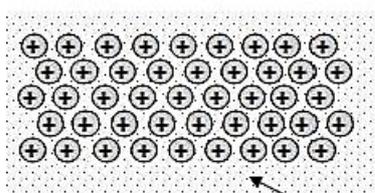
- Los **compuestos covalentes** sí forman *moléculas individuales*.
- *Temperatura de fusión y ebullición baja*. Esto es debido a que las fuerzas de atracción entre moléculas son débiles, así que cuesta poco trabajo separarlas. Las moléculas son independientes unas de otras. Son gases o líquidos a temperatura ambiente.
- *Son blandas*.
- *No son conductores en estado líquido*. No existen cargas eléctricas ya que las moléculas son neutras.
- *Son poco solubles en general en agua*, y bastante solubles en disolventes orgánicos.

#### **4.3. ENLACE METÁLICO.**

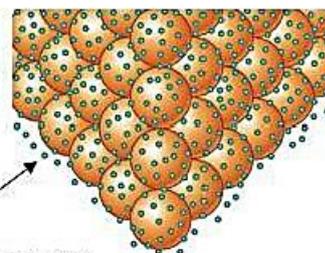
Los átomos de los *metales* se unen entre sí mediante el **enlace metálico**. Ya vimos que los átomos de los metales tienen tendencia a ceder electrones para completar su *octeto*. En el *enlace metálico* los átomos se desprenden de un electrón o más, formando una *red cristalina metálica* en la que esos electrones son compartidos entre todos moviéndose alrededor de esos núcleos, como si fuese una "*nube de electrones negativos*". Esta *nube negativa* mantiene unidos a los *cationes* y, por lo tanto, al metal.

Es decir, los electrones son compartidos por todos los núcleos.

Cuanto más electrones haya en



Vista en dos dimensiones



Representación tridimensional

Nube electrónica.

Los electrones que la forman no están unidos a los núcleos, se deslocalizan entre los cationes evitando su repulsión.

la nube, es decir, cuanto más a la derecha de la tabla se encuentre el metal, más fuerza tendrá el enlace metálico.

El enlace metálico tiene características del *iónico* y del *covalente*: se parece al *enlace iónico* en que forma *redes cristalinas iónicas* (pero solo con cationes), y al *enlace covalente* en que los átomos metálicos comparten electrones.

El *enlace metálico* no se da entre metales diferentes (entre el oro y la plata, por ejemplo), sino que se da entre los *átomos de un mismo metal*, porque los metales no forman *compuestos* entre sí.

### **Propiedades de los compuestos metálicos:**

- *Alto punto de fusión*: la red metálica tiene gran estabilidad.
- *Excelentes conductores de la corriente eléctrica* gracias a la existencia de electrones móviles.
- *Conducen el calor con facilidad*. La energía se transmite gracias a las colisiones que tienen lugar entre los electrones.
- La red metálica *puede deformarse sin necesidad de que se rompa*. Es decir, son *tenaces*.
- Los metales serán *duros*, más cuanto más a la derecha de la tabla se sitúe el metal.
- Tienen *brillo*.
- *Ductilidad y maleabilidad*. La ductilidad es la facilidad que tienen de ser estirados en forma de hilos y la maleabilidad la facilidad que tienen para ser extendidos en láminas. Esto se debe a que cuando aplicamos cierta presión al metal, los átomos se desplazan en capas que se deslizan unas sobre otras, venciendo una pequeña resistencia electrostática.

## **5. ELEMENTOS Y COMPUESTOS. MEZCLAS.**

Desde el punto de vista atómico un **elemento químico** es una *sustancia pura* que está formada por átomos iguales entre sí. El *elemento químico* puede estar formado por un solo átomo, como en el *helio*, en otros casos los átomos se agrupan de dos en dos como en el *nitrógeno* o de ocho en ocho como en el *azufre*. Al *elemento químico* también se le denomina **sustancia simple**.



### **Elementos químicos importantes**

Varios *elementos químicos* tienen gran importancia para los seres vivos. Por ejemplo:

- El **oxígeno (O)** interviene en la respiración de todos los seres vivos y hace posible la vida en nuestro planeta.
- El **carbono (C)** forma parte de todas las células de los seres vivos.
- El **calcio (Ca)** es fundamental para el desarrollo de los huesos y les proporciona solidez y resistencia.

- El **sodio (Na)**, el **potasio (K)** y el **cloro (Cl)** son indispensables para el funcionamiento de las células nerviosas.
- El **yodo (I)** regula importantes funciones en los seres vivos. A pesar de que se necesita en cantidades muy pequeñas, su ausencia puede alterar el funcionamiento de todo el organismo.

Otros elementos importantes son:

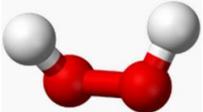
- El **hierro (Fe)**, metal de gran importancia industrial para la fabricación del acero o las fundiciones.
- El **aluminio (Al)**, usado en la fabricación de utensilios de cocina, así como en arquitectura.

Según hemos visto en la tabla periódica, se conocen más de 100 *elementos químicos*, pero generalmente en la naturaleza no se encuentran aislados, sino combinados entre sí formando *compuestos*.

Un **compuesto químico** es una *sustancia pura* que está constituida por átomos de varios *elementos químicos*. También se les denomina **sustancias compuestas**. Muchos de esos compuestos son sustancias muy importantes en la vida diaria.

### Compuestos químicos importantes

#### Óxidos

- *Agua (H<sub>2</sub>O)*. Líquido fundamental para la vida y el ecosistema terrestre. Actúa como disolvente universal. 
- *Dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>)*. Gas que se origina en todas las combustiones y en la respiración de los seres vivos. Se encuentra en la atmósfera y es captado por las plantas para la realización de la fotosíntesis. Forma con el agua el ácido carbónico (H<sub>2</sub>CO<sub>3</sub>), presente en todas las bebidas carbónicas. 
- *Agua oxigenada o peróxido de hidrógeno (H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>)*. Líquido desinfectante y blanqueante. 

#### Hidruros

- *Amoniaco (NH<sub>3</sub>)*. Líquido de olor penetrante. Se emplea para fabricar abonos y como producto de limpieza.
- *Metano (CH<sub>4</sub>)*. Principal componente del gas natural. Inflamable.  

#### Hidróxidos

- *Hidróxido de sodio (NaOH)*. También se llama "sosa cáustica". Sólido muy corrosivo y peligroso. Es muy soluble en agua y puede producir quemaduras en la piel. Usado para producir jabón.
- *Hidróxido de potasio (KOH)*. También llamado "potasa". Sólido muy soluble en agua y peligroso como el anterior.

#### Ácidos

- *Ácido sulfúrico (H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>)*. Líquido muy importante en los laboratorios, como ácido fuerte, y en la industria. Origina unas sales llamadas *sulfatos*. Muy corrosivo.

- **Ácido clorhídrico (HCL).** Gas segregado en el estómago durante la digestión. Es el *sulfumán* utilizado en limpieza. Es un ácido muy fuerte, muy utilizado en los laboratorios.

### Sales

- **Cloruro de sodio (NaCl).** Es la sal común. De él se obtienen los elementos cloro y sodio.
- **Hipoclorito de sodio (NaClO).** Líquido componente de la lejía. Se emplea como desinfectante y blanqueante.



### Compuestos importantes en la materia viva

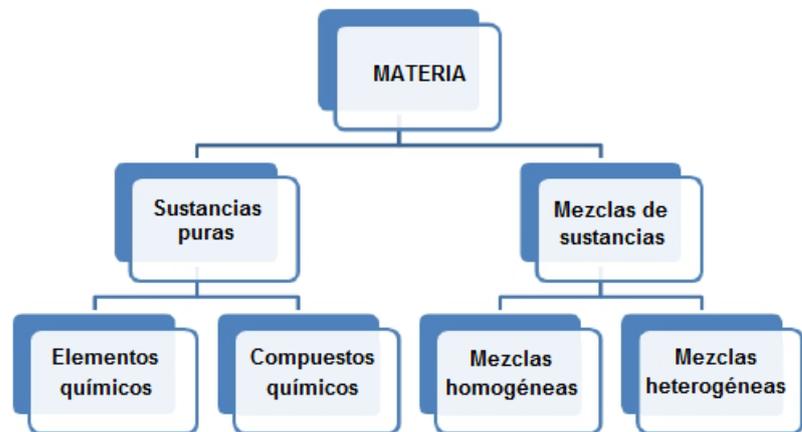
Además de algunos que ya se han citado, como el *dióxido de carbono* y el *agua*, uno de los más importantes es la **glucosa** ( $C_6H_{12}O_6$ ).

Otros compuestos importantes son: el **almidón**; los **ácidos nucleicos (ADN y ARN)**; los **aminoácidos**, que forman las *proteínas* o los *ácidos grasos*, que también forman los *lípidos*. Todos ellos tienen fórmulas bastante complejas.

### Mezclas

Existen muchas sustancias que son **mezclas**, es decir, que están formadas por dos o más *componentes*, y cada componente es una *sustancia pura*.

Existen dos tipos de *mezclas*: *homogéneas* y *heterogéneas*. Las **mezclas heterogéneas** son



aquellas en las que los componentes se distinguen a simple vista. Y **mezclas homogéneas** las que sus componentes no se distinguen a simple vista. También reciben el nombre de *disoluciones*.

## 6. MASA ATÓMICA Y MASA MOLECULAR.

Las primeras estimaciones de las *masas atómicas* de los elementos químicos se hicieron por comparación con la masa del elemento químico más ligero conocido, el hidrógeno, al cual se le asignó una masa igual a uno. Así la masa del hidrógeno se estableció arbitrariamente como **patrón** o **unidad de masa atómica (u.m.a.)**, hasta que en 1960 se adoptó definitivamente como referencia el *isótopo de carbono de número másico 12 (carbono -12)*.

Una **unidad de masa atómica** equivale a la doceava parte de la masa de un átomo de carbono-12. Se simboliza con la letra **u**. A su vez,  $1\text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-24}\text{ g}$ .

La **masa atómica ( $M_a$ )** es la masa de un átomo expresada en *unidades de masa atómica*.

La **masa molecular ( $M_m$ )** es la masa de una molécula expresada en *unidades de masa atómica*.

La *masa molecular* es la suma de las masas individuales de los átomos que la componen.

Ejemplos:  $M_a(O_2) = 2 \cdot 16 = 32\text{ u}$ ;  $M_m(H_2O) = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 16 = 18\text{ u}$ .

## RESUMEN DEL TEMA 5

### 1. TEORÍA ATÓMICA. MODELOS ATÓMICOS.

A lo largo de la historia, los científicos han intentado explicar cómo está constituida la materia. Fueron surgiendo así los diferentes **modelos atómicos**.

El primero en hablar sobre cómo estaba constituida la materia fue *Leucipo* (siglo V a.C.), que sostenía que había un sólo tipo de materia y pensaba que si dividíamos la materia en partes cada vez más pequeñas, obtendríamos un trozo que no se podría cortar más. Un discípulo suyo, *Demócrito*, llamó a estos trozos **átomos** (sin división).

#### Modelo atómico de John Dalton

En 1808 *John Dalton* recupera la teoría atómica de *Demócrito* y considera que los **átomos** (partículas indivisibles) eran los constituyentes últimos de la materia que se combinaban para formar los **compuestos**.

#### Modelo atómico de Thomson

En 1897 el físico *J. J. Thomson* propuso la existencia de partículas con carga eléctrica negativa en los átomos de todos los elementos, llamó a estas partículas **electrones**. Los *electrones* (pequeñas partículas con carga negativa) se encontraban incrustados en una esfera homogénea de carga positiva. La carga positiva de esa esfera compensaba exactamente la negativa de los electrones siendo el átomo eléctricamente neutro.

#### Modelo atómico de Rutherford

En 1911 *Ernest Rutherford* mantenía que el átomo se componía de una parte positiva y una negativa, sin embargo, a diferencia del *modelo de Thomson*, postula que la parte positiva se concentra en un **núcleo**, el cual también contiene virtualmente toda la masa del átomo, mientras que los electrones se ubican en una **corteza** orbitando al núcleo en *órbitas circulares* o *elípticas* con un espacio vacío entre ellos.

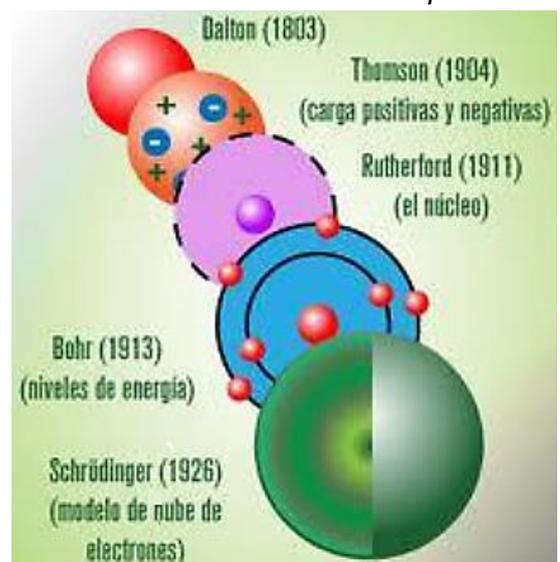
#### Modelo atómico de Bohr

El físico danés *Niels Bohr*, postuló en 1913 que los electrones giran a grandes velocidades alrededor del **núcleo atómico**. En ese caso, los electrones se disponen en diversas *órbitas circulares*, las cuales determinan diferentes **niveles de energía**.

#### Modelo atómico actual

El *modelo actual (mecánico-cuántico)*, basado en el **modelo de Schrödinger**, abandona la idea de *orbitas* precisas y las sustituye por descripciones de las regiones del espacio, llamadas **orbitales**, donde es más probable que se encuentren los electrones.

De acuerdo con este nuevo modelo, alrededor del núcleo hay distintas **capas** o **niveles de energía**, en las cuales se sitúan los electrones.



La distribución por capas de los electrones de los átomos de un elemento se conoce como **configuración electrónica** de dicho elemento.

El **número cuántico principal (n)** indica los *niveles de energía* o *capas* donde pueden situarse los electrones, numerados del 1, el más interno, al 7, el más externo. El *número máximo de electrones* de cada capa será igual a  $2 \cdot n^2$ .

A su vez, cada *nivel de energía* tiene sus electrones repartidos en distintos *subniveles*, que pueden ser de cuatro tipos: **s, p, d, f**.

El **número cuántico secundario (l)** nos indica en que *subnivel* se encuentra el electrón, y toma valores desde 0 hasta (n - 1). La comunidad científica ha aceptado que los números que representan los subniveles (0, 1, 2, y 3) sean reemplazados por las letras *s, p, d* y *f*, respectivamente, para representar los distintos tipos de **orbitales**.

En cada *subnivel* hay un número determinado de *orbitales* que pueden contener, como máximo, 2 electrones cada uno. Debido a que hay 1 orbital tipo *s*, 3 orbitales *p*, 5 orbitales *d* y 7 del tipo *f*, el número máximo de electrones en cada subnivel será 2 en el *s*; 6 en el *p* ( $2 \cdot 3$ ); 10 en el *d* ( $2 \cdot 5$ ); 14 en el *f* ( $2 \cdot 7$ ).

### **Regla del octeto**

Los átomos de cualquier elemento siguen una regla: en su última capa no puede haber más de ocho electrones y la penúltima tampoco puede tener más de 18.

A los electrones situados en la última capa se les llama **electrones de valencia**, y a dicha capa, *capa de valencia*. De esos electrones dependen las propiedades químicas de las sustancias.

## **2. CONSTITUCIÓN DE LA MATERIA.**

La **materia** está formada por partes muy pequeñas llamadas **átomos**. Los *átomos* están formados, básicamente, por *protones*, *neutrones* y *electrones*.

En el **núcleo** del átomo se encuentra la carga positiva donde se concentra la casi totalidad de la masa del átomo, debido a la presencia de los *protones* y *los neutrones*. Los **protones** son partículas con carga positiva y los **neutrones** son partículas que no tienen carga, cuya masa es casi la misma que la de los *protones*. La presencia de los *neutrones* en el núcleo permite que los protones no se rechacen entre sí. En la **corteza** se encuentran los **electrones** que tienen carga negativa y una masa muy pequeña si la comparamos con la masa del *protón*.

En cualquier *átomo* en estado normal, el número de electrones coincide con el número de protones, por eso los átomos son eléctricamente neutros.

Los *átomos* se unen para constituir **moléculas**. A su vez, las *moléculas* iguales se unen para formar **sustancias puras**. Moléculas distintas formarán **mezclas de sustancias**.

La **molécula** es la menor porción de una *sustancia* que puede existir en estado libre y conservar las propiedades de dicha sustancia.

## **3. NÚMERO ATÓMICO Y NÚMERO MÁSCICO. IONES. ISÓTOPOS.**

**Número atómico (Z)** es el *número de protones* de un átomo.

**Número másico (A)** es la suma del número de protones (Z) y el número de neutrones (N) de un átomo.  $A = Z + N$ .

Si un átomo neutro gana o pierde electrones, queda cargado eléctricamente y se transforma en un **ion**. Si gana electrones, su carga es negativa y recibe el nombre de **anión** o **ion negativo**; si pierde electrones queda con carga positiva y se convierte en un **catión** o **ion positivo**.

Un **ión** se representa mediante el símbolo del elemento del que procede, con un superíndice a la derecha, que indica la carga que posee mediante un número y el signo + o el signo -.

Todos los átomos de un mismo *elemento químico* (tabla periódica) tienen el mismo *número atómico (Z)* pero pueden tener distinto número másico, al tener distinto número de neutrones.

Se llaman **isótopos** a los átomos que tienen el mismo número de protones (igual Z) y se diferencian en el número de neutrones (distinto A).

Todos los *isótopos* tienen las mismas propiedades químicas, solamente se diferencian en que unos son un poco más pesados que otros. Muchos isótopos pueden desintegrarse espontáneamente emitiendo energía. Son los llamados **isótopos radioactivos**.

La **radiactividad** es una propiedad de los *isótopos radiactivos* (inestables). Los núcleos de estos elementos emiten partículas y radiaciones hasta que se estabilizan. Los tipos de radiación que pueden emitir son:

- **Radiación alfa,  $\alpha$** . Emisión de núcleos de helio (carga +), muy energética y poco penetrante. No son capaces de atravesar una simple hoja de papel.
- **Radiación beta,  $\beta$** . Emisión de electrones (carga -) que se desplazan a gran velocidad y con un mayor poder de penetración que las *partículas  $\alpha$* , pudiendo atravesar láminas de aluminio de algunos milímetros de espesor. La radiación que emite es bastante energética y penetrante.
- **Rayos gamma,  $\gamma$** . Son ondas electromagnéticas (neutras) de gran energía, muy penetrantes y de largo alcance. Para detenerlas se necesitan gruesas capas de plomo u hormigón.

#### 4. SISTEMA PERIÓDICO. TABLA PERIÓDICA.

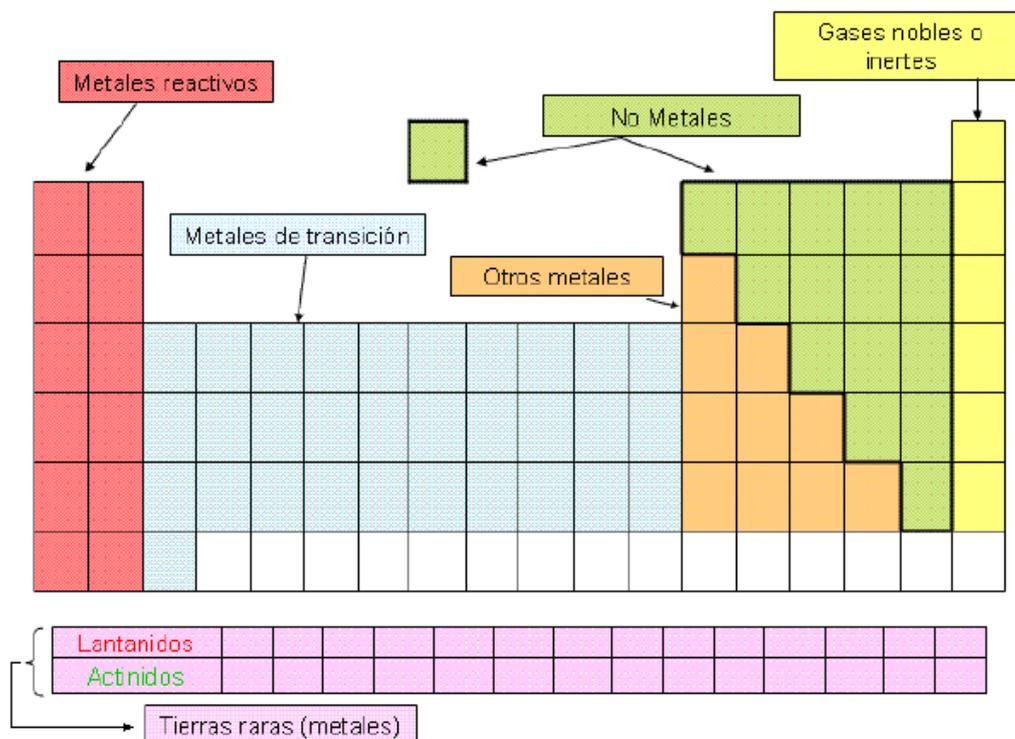
El **sistema periódico** de los elementos es una **tabla** en la que los *elementos químicos* hoy conocidos (118) están ordenados en *7 filas* y *18 columnas*. A las filas las llamamos **períodos** y a las columnas, **grupos**. Los *elementos* están colocados de menor a mayor *número atómico*, de modo que en la misma columna coinciden elementos con propiedades químicas semejantes que varían de modo repetitivo al bajar en el grupo; de ahí el nombre de "periódica".

En cada recuadro de la *tabla*, aparece el símbolo del elemento químico, el nombre del elemento, el número atómico y la masa atómica en **u.m.a.** ( $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-24}$  gramos).

La clasificación más sencilla que podemos hacer de los elementos de la tabla periódica es en *metales* y *no metales*. Los **metales** están situados en la zona izquierda y central de la tabla periódica y los **no metales** están a la derecha. Entre ellos hay unos cuantos con propiedades intermedias

entre los metales y los no metales, son los **semimetales**, importantísimos en la industria de las telecomunicaciones. Los elementos del último grupo (grupo 18) son los **gases nobles**. Tienen completa su última capa, por lo tanto son *inertes*. Se llaman así porque no reaccionan con ningún otro. Se encuentran en la naturaleza aislados ya que no forman compuestos con otros elementos.

Los dos *períodos* que figuran abajo de todo en la tabla periódica son los **lantánidos** y los **actínidos**, en conjunto llamados *tierras raras*.



## 5. EL ENLACE QUÍMICO.

Casi todos los átomos tienen tendencia a unirse a otros átomos formando *moléculas* o *redes cristalinas* (partículas ordenadas geoméricamente).

La unión entre dos átomos se llama **enlace químico**. Los átomos se enlazan porque juntos tienen menos energía que separados y así aumenta su estabilidad. Ceden, captan o comparten sus electrones más externos con el fin de alcanzar esa mayor estabilidad.

Los átomos pueden unirse entre sí de tres formas, que dan lugar a tres tipos de enlace diferentes: *enlace iónico*, *enlace covalente* y *enlace metálico*.

### ▪ **Enlace iónico:**

- Se forma entre un *metal* y un *no metal*. El *metal* le cede electrones al *no metal*.
- El átomo del *metal* se convierte en un **catión positivo**, el *no metal* en un **anión negativo**.
- Se forma un *compuesto químico*, nunca un *elemento*.
- Los iones se organizan en una **red cristalina iónica**.
- No conducen la electricidad en estado sólido, pero sí fundidos o disueltos.
- Son duros y frágiles, funden a temperaturas elevadas.

### ▪ **Enlace covalente:**

- Se unen así los átomos de los *no metales*.

- Los átomos enlazados comparten parejas de electrones; cada pareja compartida equivale a un *enlace covalente*. Cada enlace lo representamos con un guión (-).
- Forman **moléculas** la mayoría de las veces.
- No conducen en general la corriente eléctrica; son poco o nada solubles en agua, pero sí lo son en disolventes orgánicos.
- Tienen temperaturas de fusión y ebullición bajas.
- **Enlace metálico:**
  - Se da entre los átomos de los *metales*.
  - Se unen muchos átomos de metal compartiendo electrones, formando una red cristalina con cationes. Los electrones se mueven entre estos cationes por toda la red metálica, como si fuese una "nube".
  - Conducen bien la corriente y el calor.
  - No son duros ni frágiles; son dúctiles y maleables.

## 6. ELEMENTOS Y COMPUESTOS. MEZCLAS.

Un **elemento químico** es toda sustancia formada por átomos con igual número atómico. Se representa con un *símbolo químico*. Ejemplos:  $O_2$ ,  $P_4$ ,  $Al$ ,  $S_8$ .

Un **compuesto químico** es toda sustancia formada por dos o más átomos diferentes entre sí. Se representa con una fórmula química. Por ejemplo  $H_2O$ .

Una **mezcla** es una sustancia formada por dos o más componentes, y cada componente es una *sustancia pura*. Existen dos tipos de *mezclas*: **homogéneas** y **heterogéneas**. Las *mezclas heterogéneas* son aquellas en las que los componentes se distinguen a simple vista. Y *mezclas homogéneas* las que sus componentes no se distinguen a simple vista. También reciben el nombre de *disoluciones*.

## 7. MASA ATÓMICA Y MASA MOLECULAR.

La masa de acuerdo al S.I. se mide en kg, pero si hablamos de elementos químicos, al tratarse de cantidades muy pequeñas, se usa la **unidad de masa atómica (u.m.a.)**, que se simboliza con la letra **u**.

Para medir las *masas atómicas* de los elementos químicos se adoptó como referencia el *isótopo de carbono de número másico 12 (carbono-12)*. Una **unidad de masa atómica** equivale a la doceava parte de la masa de un átomo de carbono-12. A su vez, **1 u = 1,66 · 10<sup>-24</sup> g**.

La **masa atómica (M<sub>a</sub>)** es la masa de un átomo expresada en *unidades de masa atómica*. La **masa molecular (M<sub>m</sub>)** es la masa de una molécula expresada en *unidades de masa atómica*. La *masa molecular* es la suma de las masas individuales de los átomos que la componen.

Ejemplos:  $M_a(N_2) = 2 \cdot 14 = 28 \text{ u}$ ;  $M_m(CO_2) = 1 \cdot 12 + 2 \cdot 16 = 44 \text{ u}$ .

**ACTIVIDADES DEL TEMA 5: “ESTRUCTURA DE LA MATERIA. LA FORMACIÓN DE SUSTANCIAS Y SU DENOMINACIÓN EN LENGUAJE CIENTÍFICO”.**

1. Nombra las partículas del átomo e indica la carga de cada una.

2. Completa correctamente las siguientes frases:

El neutrón tiene la misma \_\_\_\_\_ que el protón pero mientras el protón tiene carga \_\_\_\_\_ el \_\_\_\_\_ no tiene carga. Ambas partículas se sitúan en el \_\_\_\_\_. El \_\_\_\_\_ se encuentra en la corteza, y su masa es \_\_\_\_\_ que la del resto de partículas que forman el átomo.

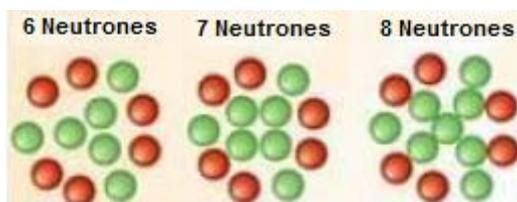
3. ¿Qué partículas son responsables de los fenómenos eléctricos?

4. ¿Cómo se carga positivamente un cuerpo? ¿y negativamente?

5. De las siguientes afirmaciones señala aquellas que sean correctas.

- El electrón tiene carga negativa.
- El protón tiene la misma masa que el electrón.
- La partícula responsable de la corriente eléctrica es el protón.
- El protón no tiene carga.
- El electrón gira alrededor del núcleo.
- El electrón no forma parte del núcleo atómico.

6. ¿Cuál es el número másico de los siguientes átomos? ¿Cuál su número atómico?



7. El número atómico (Z) del aluminio es 13 y su número másico (A) es igual a 27.

- a) ¿Cuántos neutrones y electrones tiene?
- b) ¿Cómo estarán distribuidos los electrones del átomo de aluminio en las diferentes capas o niveles de energía?

8. Escriba los símbolos completos de los átomos siguientes con la información que se da en cada caso:

- a)  $Z = 12$ , número de neutrones = 12.
- b)  $Z = 25$ ,  $A = 55$ .
- c) Número de protones = 30, número de neutrones = 35.

9. Busca en el sistema periódico y completa esta tabla:

Elemento	Símbolo	Z	A	$P^+$	n	$e^-$
	S					
		19				
				12		
Neón						

**10. Completa correctamente el siguiente texto:**

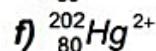
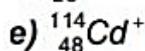
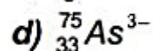
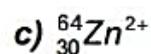
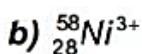
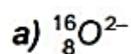
En la tabla periódica los elementos están ordenados por su \_\_\_\_\_.

A las columnas verticales se les conoce como \_\_\_\_\_ y a las filas horizontales se les conoce como \_\_\_\_\_.

Los elementos que presentan propiedades químicas similares (familias químicas) están en los \_\_\_\_\_.

Los metales del grupo 2 se llaman \_\_\_\_\_ y los no metales del grupo 17 se llaman \_\_\_\_\_.

**11. Realiza una tabla indicando el número atómico, el número másico, la carga, el tipo de ion, y el número de protones, neutrones y electrones, de las siguientes sustancias:**



**12. ¿Cuál es el número másico de los isótopos del carbono:  ${}^{14}_6\text{C}$  y  ${}^{12}_6\text{C}$ ? ¿Cuántos electrones tiene cada uno? ¿Cuántos protones? ¿Y neutrones?**

**13. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F):**

- a) Todos los isótopos de un mismo elemento tienen el mismo número de protones.
- b) Todos los isótopos de un mismo elemento tienen el mismo número atómico.
- c) Todos los isótopos de un mismo elemento tienen el mismo número de neutrones.
- d) Todos los isótopos de un mismo elemento tienen el mismo número de electrones.

**14. Consulta la tabla periódica y agrupa los siguientes elementos en función de si se trata de metales, no metales o gases nobles. Calcio (Ca), Fósforo (P), Oro (Au), Neón (Ne), Zinc (Zn), Helio (He), Oxígeno (O), Hierro (Fe), Cobre (Cu), Azufre (S).**

**15. Indica si las siguientes afirmaciones sobre la tabla periódica son verdaderas o falsas:**

- a) El primer periodo tiene sólo ocho elementos.
- b) Los elementos se distribuyen en filas horizontales, llamadas periodos.
- c) El periodo que ocupa un elemento coincide con su primera capa electrónica.
- d) Las columnas de la tabla reciben el nombre de grupos.
- e) En un grupo, las propiedades químicas son muy similares.
- f) Todos los elementos del grupo tienen distinto número de electrones en su última capa.

**16. ¿Cómo se forma el enlace iónico entre el magnesio (Mg) y el cloro (Cl)? ¿Cuántos electrones pierde el magnesio? ¿Cuántos gana el cloro? ¿Cuál es la fórmula del compuesto resultante?**

**17. ¿Cómo se denomina el enlace cuyo resultado es compartir electrones, normalmente entre átomos no metálicos?**

**18. Cierta sustancia conduce tanto el calor como la electricidad. Puede ser golpeada hasta moldearla y estirada hasta formar hilos. ¿Qué tipo de enlace existe entre los átomos de este sólido?**

**19. Indica si son verdaderas (V) o falsas (F) las siguientes afirmaciones:**

- a) En el enlace covalente los átomos comparten algunos electrones.
- b) Los compuestos iónicos son gases.
- c) La tendencia de los átomos es a tener 8 electrones en su capa más externa.
- d) El enlace covalente lo forman átomos muy alejados en la tabla periódica.
- e) El enlace metálico lo forman átomos con pocos electrones en la capa más externa.

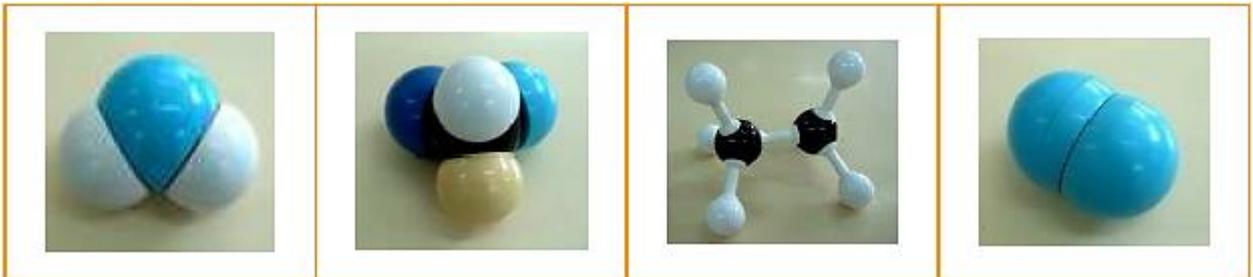
**20. ¿Qué enlace formarán?:**

- a) Dos átomos con muchos electrones en la capa más externa.
- b) Dos átomos con pocos electrones en la capa más externa.
- c) Un átomo de muchos electrones en la capa más externa con otro de pocos electrones en su capa más externa.

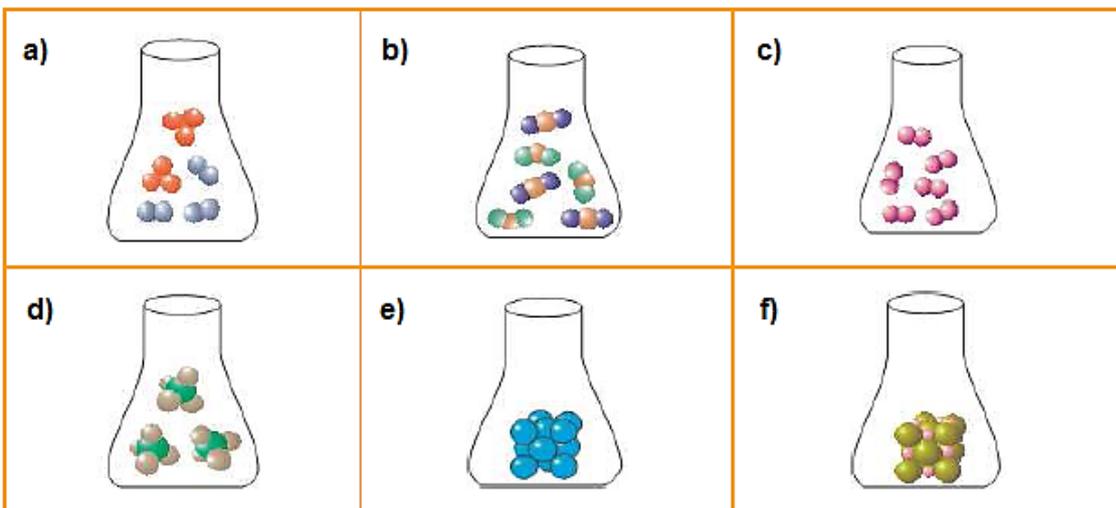
**21. Indica si son verdaderas (V) o falsas (F) las siguientes afirmaciones:**

- Un elemento químico es una sustancia a partir de la cual no se puede obtener otra sustancia más sencilla.
- La molécula de agua está formada por un átomo de oxígeno unido a dos de hidrógeno.
- A las sustancias cuyas partículas están formadas por átomos iguales se les llama sustancias simples.
- El dióxido de carbono es una sustancia compuesta.
- La molécula de oxígeno es un elemento químico.

**22. Observa estas fotografías de modelos tridimensionales e indica cuáles son compuestos y cuáles son elementos.**



**23. A la vista de los dibujos siguientes, determine si en cada matraz hay una sustancia pura o una mezcla, y si son elementos o compuestos químicos:**



**24. Calcula la masa atómica y molecular de los siguientes elementos y compuestos:**

- a) Aluminio.
- b) Cromo.
- c) Cloruro sódico (NaCl).
- d) Metano (CH<sub>4</sub>).

## **SOLUCIONES**

### **1. Solución:**

Las partículas que forman el átomo son:

- *Protones*: Tienen carga eléctrica positiva y están en el núcleo del átomo.
- *Neutrones*: No tienen carga eléctrica y están en el núcleo atómico.
- *Electrones*: Tienen carga eléctrica negativa y giran alrededor del núcleo.

### **2. Soluciones:**

Masa, positiva, neutrón, núcleo, electrón, mucho menor.

### **3. Solución:**

Las partículas responsables de los fenómenos eléctricos son los electrones.

### **4. Soluciones:**

Un cuerpo se carga positivamente si se le restan electrones a sus átomos y negativamente si se le añaden electrones a los átomos que lo forman.

### **5. Soluciones:**

- El electrón tiene carga negativa.
- El protón tiene la misma masa que el electrón.
- La partícula responsable de la corriente eléctrica es el protón.
- El protón no tiene carga.
- El electrón gira alrededor del núcleo.
- El electrón no forma parte del núcleo atómico.

### **6. Soluciones:**

Si las bolas en verde hacen referencia a los neutrones y las rojas a los protones, el primer átomo tiene de número másico 12 y de número atómico 6, el segundo átomo tiene de número másico 13 y de número atómico 6 y el tercer átomo tiene de número másico 14 y de número atómico 6.

### **7. Soluciones:**

- a) Con su número másico ( $A$ ) y su número atómico ( $Z$ ), podemos deducir el número de neutrones.  $N = A - Z = 27 - 13 = 14$ . Es decir tiene 14 neutrones y este átomo es eléctricamente neutro tendrá exactamente 13 electrones.
- b) La configuración electrónica del aluminio quedará de la siguiente forma:  
Capa 1 o K: 2 electrones; capa 2 o L: 8 electrones; capa 3 o M: 3 electrones. O lo que es lo mismo:  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^1$ .

### **8. Soluciones:**

- a)  ${}_{12}^{24}\text{Mg}$  ; b)  ${}_{25}^{55}\text{Mn}$  ; c)  ${}_{30}^{65}\text{Zn}$  .

**9. Solución:**

Elemento	Símbolo	Z	A	P <sup>+</sup>	n	e <sup>-</sup>
Azufre	S	16	32	16	16	16
Potasio	K	19	39	19	20	19
Magnesio	Mg	12	24	12	12	12
Neón	Ne	10	20	10	10	10

**10. Soluciones:**

Número atómico, grupos, periodos, mismos grupos, alcalinotérreos, halógenos.

**11. Soluciones:**

	Z	A	Carga	Tipo de ion	p <sup>+</sup>	n	e <sup>-</sup>
$^{16}_8\text{O}^{2-}$	8	16	-2	Anión	8	8	10
$^{58}_{28}\text{Ni}^{3+}$	28	58	+3	Catión	28	30	25
$^{64}_{30}\text{Zn}^{2+}$	30	64	+2	Catión	30	34	28
$^{75}_{33}\text{As}^{3-}$	33	75	-3	Anión	33	42	36
$^{114}_{48}\text{Cd}^{+}$	48	114	+1	Catión	48	66	47
$^{202}_{80}\text{Hg}^{2+}$	80	202	+2	Catión	80	122	78

**12. Soluciones:**

El  $^{14}_6\text{C}$  tiene p<sup>+</sup> = 6; n = 8; e<sup>-</sup> = 6; el  $^{12}_6\text{C}$  tiene p<sup>+</sup> = 6; n = 6; e<sup>-</sup> = 6.

**13. Soluciones:**

V, V, F, V.

**14. Soluciones:**

- Metales: Calcio (Ca), Oro (Au), Zinc (Zn), Hierro (Fe), Cobre (Cu).
- No metales: Fósforo (P), Azufre (S), Oxígeno (O).
- Gases nobles: Neón (Ne), Helio (He).

**15. Soluciones:**

F, V, F, V, V, F.

**16. Soluciones:**

El magnesio tiene dos electrones en la última capa, por lo tanto, para cumplir la regla del octeto, tiene que ceder dos electrones. El cloro ya vimos antes que quiere capturar un electrón. El único modo de cumplir ambos requisitos es que un átomo de magnesio se una con dos de cloro: el átomo de magnesio le da un electrón a un cloro y otro electrón a otro cloro; la fórmula del compuesto que se origina es  $\text{MgCl}_2$ .

**17. Solución:**

Enlace covalente.

**18. Solución:**

Enlace metálico.

**19. Soluciones:**

V, F, V, F, V.

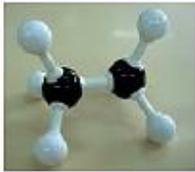
**20. Soluciones:**

a) Covalente; b) Metálico; c) Iónico.

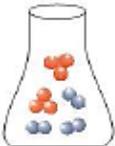
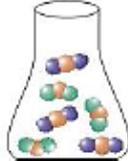
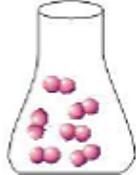
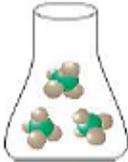
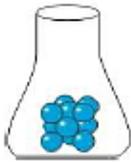
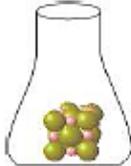
**21. Soluciones:**

V, V, V, V, V.

**22. Solución:**

			
Compuesto	Compuesto	Compuesto	Elemento

**23. Solución:**

<b>a)</b> 	<b>b)</b> 	<b>c)</b> 
Mezcla de dos elementos químicos	Mezcla de dos compuestos	Sustancia pura, es un elemento
<b>d)</b> 	<b>e)</b> 	<b>f)</b> 
Sustancia pura, compuesto	Sustancia pura, elemento	Sustancia pura, compuesto químico

**24. Soluciones:**

a)  $M_a(\text{Al}) \approx 27 \text{ u.}$

b)  $M_a(\text{Cr}) \approx 52 \text{ u.}$

c)  $M_m(\text{NaCl}) \approx 23 + 35,5 = 58,5 \text{ u.}$

d)  $M_m(\text{CH}_4) \approx 1 \cdot 12 + 4 \cdot 1 \approx 16 \text{ u.}$

## UNIDAD DE APRENDIZAJE Nº 9: ELECTRICIDAD. EL UNIVERSO. GEOLOGÍA.

### TEMA 6. LA NATURALEZA ELÉCTRICA DE LA MATERIA. CIRCUITOS Y OPERADORES ELÉCTRICOS. EL AHORRO ENERGÉTICO Y LA EFICIENCIA ENERGÉTICA COMO BASE PARA UN DESARROLLO SOSTENIBLE ENERGÉTICAMENTE.

#### 1. LA ELECTRICIDAD.

Si observas a tu alrededor verás la gran cantidad de dispositivos y elementos que funcionan gracias a la *electricidad*. Nos pasamos el día conectando y desconectando cosas de los enchufes, cambiando pilas, pulsando interruptores, cargando baterías de aparatos electrónicos..., parece que todo funciona con *electricidad*.

Sabemos que la materia está formada por **átomos**, y éstos a su vez están compuestos por un *núcleo* en el que hay *neutrones* y *protones*, alrededor del cual giran los *electrones*.

La *carga eléctrica* de cada una de estas partículas es:

- Los **neutrones** no tienen carga.
- Los **protones** tienen carga positiva.
- Los **electrones** tienen carga negativa.

En condiciones normales los átomos tienen el mismo número de *electrones* que de *protones*, por tanto la carga final es cero o neutra.

La **electricidad**, del griego *elektron*, es un fenómeno físico originado por las *cargas eléctricas*. También es una forma de energía asociada a la atracción y repulsión de las cargas eléctricas.

##### 1.1. TIPOS DE ELECTRICIDAD.

La **electricidad estática** (**electrostática**) es aquella que se pone de manifiesto cuando las *cargas eléctricas* no se desplazan.

A todos nos ha pasado alguna vez que al acercar un peine a nuestra cabeza los pelos se nos han puesto de punta. Esto se debe a que el peine se ha cargado negativamente (tiene más electrones que protones) y es capaz de atraer a nuestro cabello.

Otra manifestación de este tipo se da cuando frotamos un bolígrafo en un paño, después de hacerlo es capaz de atraer pequeños trocitos de papel. La explicación es la misma: al frotar el bolígrafo con el paño, éste cede electrones al bolígrafo que se carga negativamente.

En la naturaleza este fenómeno se pone de manifiesto en los **rayos** que se producen en las tormentas. Un *rayo* es una descarga entre una zona cargada muy negativamente y otra cargada muy positivamente.

Para explicar estos fenómenos se utiliza una propiedad de la materia que se denomina **carga eléctrica** y que es la responsable de los **fenómenos eléctricos**. Estos *fenómenos eléctricos* pueden ser **de atracción** o **de repulsión**.



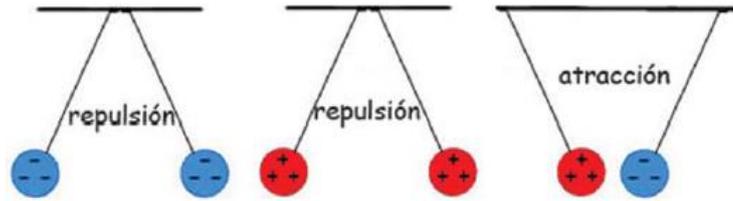
Como ya sabemos, los cuerpos tienen en sus átomos el mismo número de *protones* (**carga positiva**) que de *electrones* (**carga negativa**). Sin embargo el número de electrones de un átomo puede aumentar o disminuir de modo que el cuerpo adquiere lo que se llama *carga eléctrica*.

Los cuerpos con **cargas eléctricas del mismo signo se repelen** y los cuerpos con **cargas eléctricas de distinto signo se atraen**.

La cantidad de *carga eléctrica* se mide en **Culombios (C)**.

Toda la materia está constituida por partículas electrizadas. La prueba de

ello es la **electrización por frotamiento, por contacto y por inducción**.



El descubrimiento del *electrón* permitió explicar el fenómeno de la *electrización*.

La **electricidad dinámica** es aquella que se pone de manifiesto cuando las *cargas eléctricas* se desplazan a través de conductores. Este tipo de electricidad es la que vamos a estudiar en este tema, ya que es el que se utiliza en todos los dispositivos eléctricos que conocemos.

Las únicas *cargas eléctricas* que se desplazan de un átomo a otro son los *electrones*. Los protones están fijos en el núcleo y no se pueden mover.

## 1.2. MATERIALES CONDUCTORES Y AISLANTES.

Cuando intentamos las experiencias de electrización frotando metales no se obtienen los mismos resultados que utilizando vidrio, ebonita o un plástico.

Los *metales* se electrizan por completo, mientras que los otros cuerpos sólo se electrizan en la parte frotada. El motivo es que en los metales los *electrones* se mueven con facilidad y se reparten por todo el cuerpo, no así en los otros materiales.

Los materiales como los metales, en los que los electrones se desplazan con facilidad se denominan **conductores**.

Los materiales como la madera o el vidrio, en los que los electrones no pueden circular fácilmente se denominan **aislantes** o **dieléctricos**.

### Materiales conductores

Son todos aquellos materiales o elementos que permiten que los atraviese el flujo de la corriente o de cargas eléctricas en movimiento.

#### De alta conductividad:

- *Plata*: este es el material con menor resistencia al paso de la electricidad pero al ser muy costoso, su uso es limitado.
- *Cobre*: este es el conductor eléctrico más utilizado ya que es barato y presenta una conductividad elevada.
- *Aluminio*: este ocupa el tercer puesto por su conductividad, luego de los dos anteriores. Su conductividad representa un 63% de la del cobre pero a igualdad de peso y longitud su conductancia es del doble.

### Materiales aislantes

Un **aislante eléctrico** es un material con escasa capacidad de conducción de la electricidad, utilizado para separar conductores eléctricos evitando un cortocircuito y para mantener alejadas del

usuario determinadas partes de los sistemas eléctricos, que de tocarse accidentalmente cuando se encuentran en tensión, pueden producir una descarga.

Algunos materiales, como el *aire* o el *agua*, son aislantes bajo ciertas condiciones pero no para otras. El aire, por ejemplo, es aislante a temperatura ambiente, pero bajo ciertas condiciones, puede convertirse en conductor. El *vidrio* es otro de los materiales en los que los electrones no pueden circular fácilmente.

Los más frecuentemente utilizados son los *materiales plásticos* y las *cerámicas*. Las piezas empleadas en torres de alta tensión empleadas para sostener o sujetar los cables eléctricos sin que éstos entren en contacto con la estructura metálica de las torres se denominan *aisladores* y suelen fabricarse con este tipo de materiales.

Entre los buenos *conductores* y los *dieléctricos* existen múltiples situaciones intermedias. Entre ellas destacan los **materiales semiconductores** por su importancia en la fabricación de dispositivos electrónicos. Entre los semiconductores el más utilizado es el *silicio* (Si), aunque también son semiconductores el *germanio* (Ge) y el *galio* (Ga).

Ciertos metales adquieren una conductividad infinita a temperaturas muy bajas, es decir, la resistencia al flujo de cargas se hace cero. Se trata de los **superconductores**.

En la práctica no hay conductores ni aislantes perfectos. Hay buenos conductores (plata o cobre) y buenos aislantes (baquelita o mica).

## 2. LA CORRIENTE ELÉCTRICA.

Una **corriente eléctrica** es un movimiento ordenado de electrones, generalmente, a través de un *circuito eléctrico*.

En un *circuito eléctrico* alimentado por una pila, los electrones circulan desde el borne negativo de la pila hasta el positivo. Es lo que se conoce como **sentido real** de la corriente eléctrica.

A la hora de analizar circuitos se suele considerar al revés, que la corriente sale del positivo hacia el negativo. Esto se debe a que, cuando empezaron a estudiar los *fenómenos eléctricos*, creían que las cargas que se desplazaban eran las cargas positivas. Es lo que se llama **sentido convencional** de la corriente eléctrica, que todavía se sigue utilizando hoy en día, ya que no afecta para nada a los cálculos en los circuitos eléctricos.

Para que exista una *corriente eléctrica* se deben cumplir dos condiciones:

- Que exista un *camino cerrado* por el que pueda circular.
- Que exista un *generador* que produzca dicha corriente eléctrica.

Si alguna de las dos condiciones anteriores no se cumple, no puede haber corriente eléctrica.

### 2.1. TIPOS DE CORRIENTE ELÉCTRICA.

Hay dos clases de *corriente eléctrica*:

- La **corriente continua (C.C.)**, es aquella en la que los electrones circulan siempre en el mismo sentido y no varía



de valor. Es la producida por *pilas, baterías, dinamos y células fotovoltaicas*.

- La **corriente alterna (C.A.)**, es aquella en la que los electrones cambian constantemente su sentido de circulación y no mantiene un valor fijo. Es la producida por los *alternadores*.

Los *circuitos electrónicos* necesitan *corriente continua* para funcionar, pero en los enchufes de nuestras casas disponemos solo de *corriente alterna*. Por eso, no podemos alimentar directamente los *aparatos electrónicos*. Pero afortunadamente hay dispositivos que permiten convertir la corriente alterna en corriente continua, se llaman *fuentes de alimentación*.

Todos los *aparatos electrónicos* que enchufamos a la red o bien disponen internamente de una fuente de alimentación (por ejemplo: televisores, ordenadores...) o bien se conectan a través de una fuente de alimentación (que recibe nombres muy variados: *transformador, convertidor, cargador, alimentador, etc.*).

### 3. EL CIRCUITO ELÉCTRICO.

Hemos dicho que la **electricidad dinámica** es aquella en la que las *cargas eléctricas*, concretamente los *electrones*, se desplazan a través de un conductor.

Cuando se ponen en contacto dos cuerpos cargados, uno negativamente (con exceso de electrones) y otro positivamente (con defecto de electrones), hay un movimiento de electrones destinado a volver a los dos cuerpos al estado neutro. Se produce una *corriente eléctrica*.

Si queremos que esa *corriente eléctrica* se mantenga en el tiempo son necesarias varias condiciones. Algunas de ellas absolutamente imprescindibles:

- Un **material conductor**, que suele ser un *cable o hilo de cobre*.
- Un **dispositivo que suministre a los electrones la energía necesaria** para mantener su movimiento ordenado. Puede ser una *pila, una batería, una dinamo* o un *alternador* y, en general, recibe el nombre de **generador**.
- Un **dispositivo que convierta la energía eléctrica**, la que llevan los *electrones* en su movimiento, en otro tipo de energía. Este dispositivo se llama, en general, **receptor**. Por ejemplo, una *bombilla, un calefactor, un motor eléctrico, etc.*

Otros elementos, aunque no son imprescindibles, suelen estar presentes. Son los **elementos de control y de protección**.

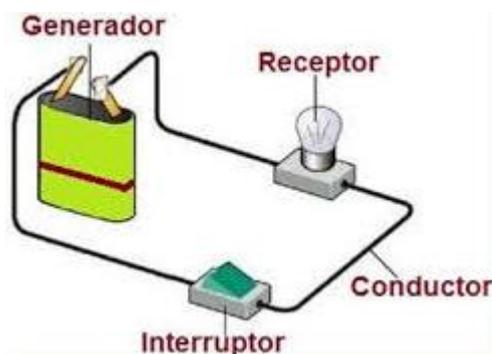
Un ejemplo de *elemento de control* sería el *interruptor* o un *pulsador*. Y un ejemplo de *elemento de protección* podría ser un *fusible, un interruptor automático* o un *diferencial*.

Pues bien, estos cuatro elementos básicos, convenientemente conectados, forman un **circuito eléctrico**, por el que puede circular la *corriente eléctrica*.

Pues bien, estos cuatro elementos básicos, convenientemente conectados, forman un **circuito eléctrico**, por el que puede circular la *corriente eléctrica*.

Por tanto, un **circuito eléctrico** es un *camino cerrado* formado por distintos elementos conectados entre sí, por el que circula una *corriente eléctrica*.

#### 3.1. ELEMENTOS DE UN CIRCUITO ELÉCTRICO.



Los elementos que pueden formar parte de un *circuito eléctrico* los podemos clasificar en los siguientes tipos: *generadores, conductores, receptores, elementos de control y elementos de control.*

De estos cinco tipos de elementos, los únicos imprescindibles para que un *circuito eléctrico* funcione son: los **generadores**, los **conductores** y los **receptores**.

Aunque los **elementos de control y protección** no son necesarios para que un circuito eléctrico funcione, son fundamentales para controlar la *corriente eléctrica* y evitar accidentes como descargas eléctricas e incendios. En las instalaciones de viviendas es obligado por ley el uso de estos elementos.

Vamos a conocer las características de cada uno de ellos

### **Generadores eléctricos**

**Se encargan de transformar cualquier otro tipo de energía en energía eléctrica.** Son capaces de mantener una *diferencia de potencial eléctrico (d.d.p.)* entre sus bornes.

Algunos ejemplos son:

- **Pilas y baterías:** transforman la energía química en eléctrica.
- **Placas fotovoltaicas:** transforman la energía solar en eléctrica.
- **Dinamos y alternadores:** transforman la energía mecánica en eléctrica.



### **Conductores**

**Son los encargados de unir al resto de elementos de un circuito eléctrico.**

A través de ellos circula la *corriente eléctrica*. Los conductores más habituales son los **cables**. Están hechos de algún material conductor como el cobre o el aluminio y recubiertos de un material aislante para evitar accidentes.



### **Receptores**

**Se encargan de transformar la energía eléctrica en otro tipo de energía.**

- **Motores:** transforman la energía eléctrica en mecánica.
- **Lámparas:** transforman la energía eléctrica en luminosa.
- **Resistencias:** transforman la energía eléctrica en calor.
- **Timbres:** transforman la energía eléctrica en energía sonora.



### **Elementos de control**

También llamados **elementos de maniobra**. **Son los encargados de controlar el funcionamiento del circuito.** Actuando sobre ellos las personas podemos abrir y cerrar el circuito o un tramo de él.

- **Pulsador:** permite abrir o cerrar el circuito cada vez que se pulsa. Si dejamos de pulsarlo vuelve a su posición inicial (normalmente abierto).
- **Interruptor:** permite abrir o cerrar el circuito cada vez que se actúa sobre él. Debemos pulsarlo otra vez si queremos abrir de nuevo el circuito.



- **Conmutador:** permite seleccionar el circuito por el que circulará la corriente eléctrica.

**Elementos de protección**

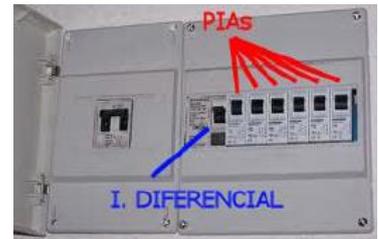
Sirven para proteger tanto a las personas, como a los elementos que forman parte de una instalación eléctrica o circuito eléctrico.

Abren el circuito y por tanto cortan la corriente cuando detectan:

1. Qué hay una fuga de corriente a través de una persona u otro elemento.
2. La corriente eléctrica es tan grande que puede causar daños en la instalación.

Algunos de los elementos de protección más habituales son los siguientes:

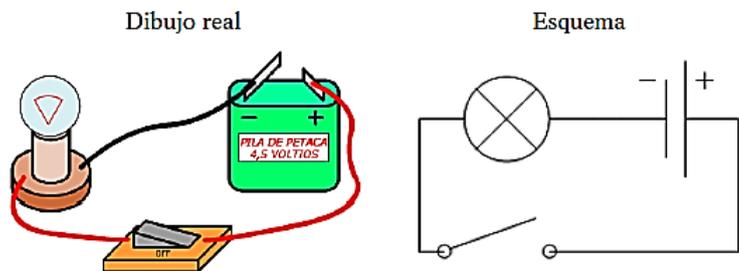
- **Fusibles:** están formados por un cable muy fino, si circula por ellos una corriente mayor de lo previsto se calientan mucho y se funden cortando el circuito.
- **Interruptores automáticos (PIAs):** se disparan cuando la corriente sobrepasa un valor determinado. Tienen la ventaja de que no se rompen como los fusibles, sólo hay que solucionar la avería y volverlo a su posición. Se utilizan en todas las instalaciones de viviendas.
- **Interruptores diferenciales:** detectan cuando se produce una fuga de corriente y al igual que los PIAs, están presentes en todas las instalaciones de viviendas.



**3.2. ESQUEMA ELÉCTRICO Y SIMBOLOGÍA ELÉCTRICA.**

Dibujar los *componentes eléctricos* de un circuito tal y como son sería muy laborioso, además podría dar lugar a que se produjesen algunas confusiones.

Por ello, se han creado unos *símbolos normalizados* que simplifican mucho la tarea de representar circuitos. Para un circuito formado por una pila, una bombilla y un interruptor el esquema sería el de la figura.



Un **esquema** de un circuito eléctrico es una representación gráfica en la que se utilizan **símbolos eléctricos** para representar los distintos elementos que lo componen.

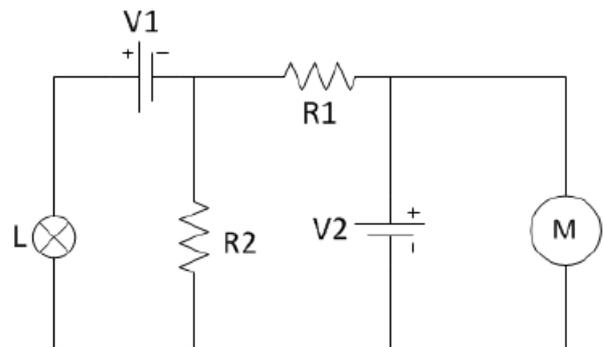
En la tabla siguiente se muestran los símbolos de algunos de los *componentes eléctricos* más habituales.

ELEMENTO	SÍMBOLO ELÉCTRICO
Pila	
Generador de corriente alterna	
Conductor	
Conexión - Cruce sin conexión	

<b>Interruptor</b>	
<b>Conmutador</b>	
<b>Pulsadores: NA y NC</b>	
<b>Fusible</b>	
<b>Resistencia eléctrica</b>	
<b>Lámpara o bombilla</b>	
<b>Motor eléctrico</b>	
<b>Zumbador - Altavoz</b>	
<b>Óhmetro - Voltímetro - Amperímetro</b>	

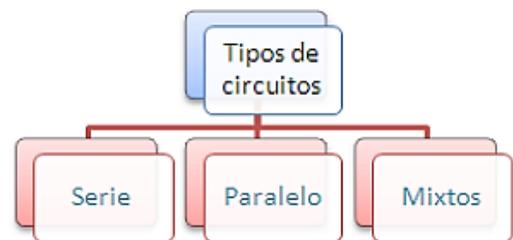
#### Consejos a la hora de dibujar un esquema

- Todos los símbolos se pueden representar tanto en posición horizontal como vertical.
- Los conductores se dibujan con líneas rectas y formando ángulos rectos.
- Hay que evitar en la medida de lo posible que se crucen entre ellos.
- Hay que guardar la proporción de tamaños entre los distintos símbolos.
- Hay que nombrar a todos los elementos de un circuito, es habitual utilizar la inicial de su nombre. En el caso de que haya elementos repetidos, se les añade un número para distinguirlos.



### 3.3. TIPOS DE CIRCUITO ELÉCTRICO.

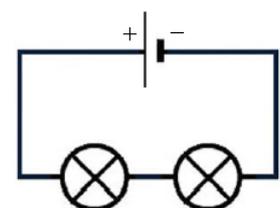
Dependiendo de cómo se conecten físicamente los componentes del circuito eléctrico, nos podemos encontrar con tres tipos de circuitos: *serie*, *paralelo* y *mixto*.



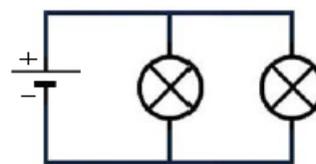
Empecemos hablando de los *receptores*.

En un **circuito** en el que los *receptores* estén **conectados en serie**, la corriente eléctrica que circula por cada componente del circuito eléctrico es la misma, ya que solo hay un único camino por el que circular.

Dos o más componentes están en *serie* cuando se conectan uno a continuación de otro, sin conexiones intermedias.

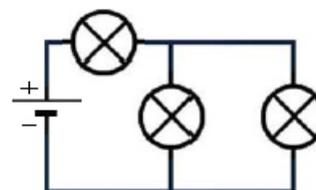


En un **circuito** en el que los receptores están **conectados en paralelo**, la corriente eléctrica se reparte entre cada uno de los tramos que forma el circuito eléctrico. La corriente eléctrica que circula por cada componente ya no es la misma.



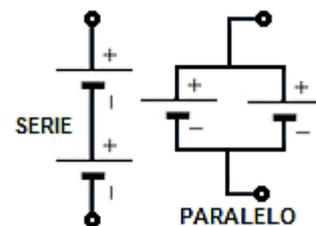
Dos o más componentes están en *paralelo* cuando se conectan sus dos bornes de entrada y salida entre sí, respectivamente.

Los **circuitos mixtos** son más complejos de analizar que los circuitos serie y paralelo. Únicamente señalar que, cualquier *circuito mixto* se puede simplificar hasta convertirlo en su *equivalente serie* o su *equivalente paralelo*. La corriente eléctrica se reparte de forma diferente según el tramo por el que circule.



Dos o más componentes están en *conexión mixta* cuando algunos de ellos se conectan en serie y otros en paralelo.

A parte de los *receptores*, también podemos conectar en serie o paralelo los *generadores*. Por ejemplo, si conectamos dos **pilas en serie** conseguimos suministrar al circuito eléctrico mayor *tensión* o *voltaje*. Si conectamos dos **pilas en paralelo** la *tensión* suministrada sería la misma, pero aumentamos la duración de las pilas y podríamos conectar más receptores que en serie.



#### 4. MAGNITUDES ELÉCTRICAS.

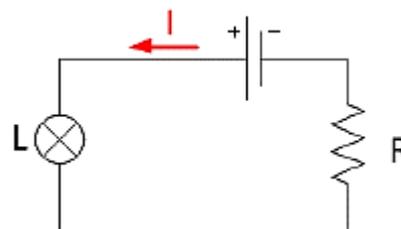
Una **magnitud** es una *propiedad física* que puede ser medida. Las principales *magnitudes eléctricas* son tres: la **intensidad de corriente**, la **tensión** y la **resistencia eléctrica**.

##### 4.1. INTENSIDAD DE CORRIENTE.

La **intensidad de corriente** es la *cantidad de carga eléctrica* que pasa por un punto de un circuito en la unidad de tiempo.

$$I = \frac{Q}{t}$$

Se representa por la letra **I** y su unidad es el **amperio (A)**, en honor a *André-Marie Ampère*, descubridor de los efectos magnéticos de la corriente eléctrica. Un *amperio* es una intensidad de un *culombio* por segundo.

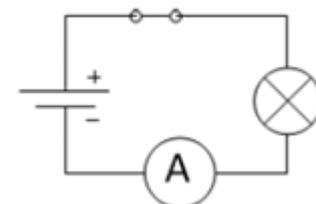


La unidad de medida de la *carga eléctrica* se llama **culombio (C)**. Esta unidad es muy grande ya que  $1 C = 6,25 \cdot 10^{18}$  electrones.

La *intensidad de corriente* se señala en los circuitos con una flecha que indica su sentido. Utilizaremos el *sentido convencional*: del borne positivo al negativo.

Recuerda que por un circuito eléctrico circulan electrones, cuántos más electrones pasen por un punto en un tiempo determinado, mayor será la *intensidad*.

La *intensidad* que circula por un circuito o tramo de él será cero, cuando el circuito esté abierto o no haya *tensión*.

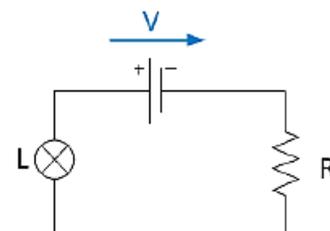


Para medir la intensidad de la corriente eléctrica se utiliza un aparato de medida llamado **amperímetro**. Mide la intensidad que circula por un tramo de un circuito. Se conecta en *serie* con el componente cuya intensidad queremos conocer. Un ejemplo: si queremos saber la intensidad que circula por la lámpara del circuito, abrimos dicho circuito e intercalamos el amperímetro.

#### 4.2. TENSIÓN O VOLTAJE.

La **tensión** es la *diferencia de potencial eléctrico* entre dos puntos de un circuito. También es el trabajo que hay que realizar para trasladar una carga eléctrica desde un punto de un circuito a otro.

El borne negativo de una pila posee un exceso de electrones, mientras que el borne positivo es deficitario en electrones. Si conectamos una bombilla a la pila, los electrones son atraídos por el borne positivo y repelidos por el borne negativo y, por tanto, circulan por la bombilla.



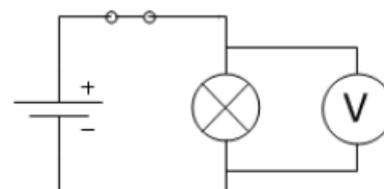
La magnitud física que representa la concentración de cargas se denomina **potencial eléctrico**. Entre los bornes positivo y negativo de la pila existe, por lo tanto, una *diferencia de potencial o tensión eléctrica*.

La **diferencia de potencial (d.d.p.)** o *tensión eléctrica* que existe entre los bornes de la pila es capaz de poner en movimiento a los electrones y por eso se llama **fuerza electromotriz (f.e.m.)**.

En los circuitos eléctricos los encargados de mantener la *diferencia de potencial* son los *generadores*. El generador suministra al circuito eléctrico la energía que hace circular la corriente eléctrica. Es decir, la energía eléctrica del generador pone en movimiento las cargas eléctricas.

La **tensión** también se denomina **voltaje** o, simplemente, *diferencia de potencial (d.d.p.)*. Se designa por la letra **V**, y su unidad de medida es el **voltio (V)**, en honor a *Alessandro Volta*, inventor de la *pila eléctrica*.

Para medir la tensión la tensión que hay entre dos puntos de un circuito se utiliza un aparato de medida llamado **voltímetro**. El *voltímetro* se conecta en *paralelo* con el generador o componente



cuya tensión se va a medir. Un ejemplo: si queremos medir la tensión que hay en la lámpara del circuito, conectamos cada una de los bornes del voltímetro a los dos bornes de la lámpara.

#### 4.3. RESISTENCIA ELÉCTRICA.

La **resistencia eléctrica** es la oposición que presentan los cuerpos al paso de la *corriente eléctrica*.

Se designa por la letra **R** y su unidad de medida es el **ohmio ( $\Omega$ )**, en honor a *George Simon Ohm*, descubridor de la ley que lleva su nombre. Un *ohmio* es la resistencia que opone un conductor al paso de la corriente cuando, al aplicar a sus extremos una diferencia de potencial de un voltio, deja pasar una intensidad de corriente de un amperio.

La resistencia de un conductor depende de:

- La *resistencia específica* o **resistividad ( $\rho$ )**. Depende el material del que está hecho en conductor.

- La *forma del conductor*, cuanto más corto y grueso sea el conductor los electrones circularán con mayor facilidad.

La *resistencia eléctrica* de un conductor responde a la siguiente fórmula:

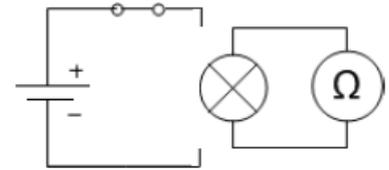
$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

Todos los cuerpos presentan, en mayor o menor medida, resistencia al paso de la corriente.

En los casos extremos tenemos:

- **Conductores:** la resistencia que presentan al paso de la corriente es prácticamente nula.
- **Aislantes:** su resistencia es tan grande que no permiten el paso de corriente eléctrica a través de ellos.

El aparato de medida para medir la resistencia que tiene cualquier componente eléctrico se llama **óhmetro**. Para que la medida sea correcta, debemos desconectar del resto del circuito el



elemento al cuál queremos saber su resistencia. Un ejemplo: si queremos saber la resistencia de la lámpara del circuito, la desconectamos y conectamos los bornes del óhmetro a sus bornes.

## 5. LEY DE OHM.

En 1852, el físico alemán *George Simon Ohm* estudió la relación que existe entre la intensidad de corriente que atraviesa un conductor y la diferencia de potencial aplicada entre sus extremos:

$$I = \frac{V}{R}$$

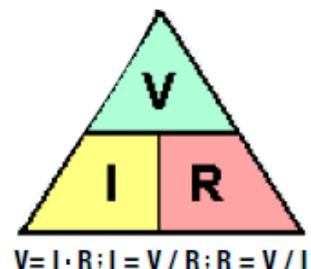
A la fórmula anterior se la conoce como **Ley de Ohm**. Es la fórmula que relaciona las tres *magnitudes eléctricas* anteriores y que resume una de las relaciones más importantes de las que se cumplen en un *circuito eléctrico*

Es decir, la *intensidad de corriente eléctrica* que circula por un circuito es directamente proporcional a la *tensión* aplicada e inversamente proporcional a la *resistencia* del circuito.

De esta expresión se pueden deducir otras dos:

$$V = I \cdot R \rightarrow R = \frac{V}{I}$$

El *voltaje* entre dos puntos de un circuito es siempre igual al producto de la *intensidad de corriente* que circula entre esos dos puntos por la *resistencia eléctrica* que haya entre ellos.



Para recordar las tres expresiones de la ley de Ohm se utiliza el siguiente triángulo.

## 6. TRANSFORMACIONES ENERGÉTICAS.

La importancia y la utilidad de la *electricidad* radica en la capacidad que tiene la *energía eléctrica* de transformarse en otras formas de energía, como por ejemplo:

- **Energía luminosa**, en una bombilla o en un tubo fluorescente.
- **Energía mecánica**, en un motor eléctrico.

- **Energía química**, en la carga de una batería.
- **Energía sonora**, en un timbre.
- **Energía térmica o calorífica**, en una estufa eléctrica, una plancha o una resistencia eléctrica.

## 7. OBTENCIÓN DE LA ENERGÍA ELÉCTRICA.

¿Alguna vez te has preguntado cómo llega la luz hasta tu hogar? La **energía eléctrica** pasa por diferentes puntos desde que se genera hasta que llega a tu hogar.

### 1. Obtención de la energía a partir de diferentes fuentes primarias.

La **electricidad** es una **fuerza de energía secundaria**, por lo que hay que producirla a partir de una **fuerza de energía primaria**, es decir, de los recursos presentes en la naturaleza.

Existen dos formas de obtener electricidad:

- A partir de *fuentes de energía primarias renovables*, como el viento, la radiación solar o las mareas.
- A partir de *fuentes de energía primarias no renovables* como el carbón, el gas natural, el petróleo o la energía nuclear.

### 2. Transformación de cualquier tipo de energía en energía eléctrica.

Una vez se obtiene la energía, se convierte en electricidad y se transmite desde la *central eléctrica* a través de las *líneas de alta, media y baja tensión* hasta la *subestación eléctrica*. Las **subestaciones eléctricas** son fundamentales para transformar la electricidad y garantizar una tensión adecuada. Las más grandes normalmente se ubican en la periferia de las ciudades, mientras que las más pequeñas, pueden instalarse incluso dentro de un edificio.



### 3. Distribución de la energía eléctrica.

La **empresa distribuidora** se encarga de enviar la electricidad desde la *subestación eléctrica* hasta los hogares. Las diferentes *distribuidoras* disponen de las infraestructuras adecuadas para transportar y distribuir la energía, y son las encargadas de mantenerlas en buen estado. También son las propietarias de los contadores de luz y, por tanto, las encargadas de enviar las lecturas de consumo a la *empresa comercializadora*. El consumidor no puede elegir a la *distribuidora*, ya que se designa por proximidad a la zona, pero sí a la *comercializadora*.

### 4. Comercialización de la energía eléctrica

La **comercializadora** es la empresa con la que el usuario contrata el suministro eléctrico. Esta empresa compra la energía a las empresas de generación eléctrica y la vende al

usuario para que tenga electricidad en su hogar. También es la encargada de enviar las facturas. El suministro eléctrico se puede comercializar y contratar de dos maneras:

- **Mercado libre:** según las condiciones especificadas en un contrato entre la empresa y el usuario.
- **Mercado regulado:** según el sistema diseñado por el Gobierno.

### 7.1. PRINCIPALES TIPOS DE GENERACIÓN ELÉCTRICA.

¿Alguna vez te has preguntado cómo se genera electricidad? En función de la capacidad que tiene la naturaleza para generar cada recurso, las fuentes de energía se clasifican en renovables y no renovables.

#### Generación de energía eléctrica renovable

Las *energías renovables* son aquellas que se obtienen a partir de **fuentes naturales**, como el *sol, el calor de la tierra o la fuerza del viento y del agua*. Su característica principal es que son recursos inagotables y no producen emisiones de *Gases de Efecto Invernadero (GEI)*.

#### Generación energía eléctrica no renovable

Las *energías no renovables* son las que se obtienen a partir de **combustibles fósiles**, como el *carbón, el gas natural, el petróleo o la energía nuclear*. Hasta hace unos años su uso era extendido porque permiten satisfacer la demanda del mercado, ya que son fáciles de extraer y el proceso de producción y de transporte es muy eficiente. Sin embargo, son limitadas. Producen emisiones de *Gases de Efecto Invernadero (GEI)*.

## 8. AHORRO ENERGÉTICO Y LA CONSERVACIÓN SOSTENIBLE DEL MEDIO AMBIENTE.

España está en camino de generar más de la mitad de su electricidad a partir de *fuentes renovables* este año. Aunque España ha dado pasos significativos en la reducción de su dependencia de los *combustibles fósiles*, el *gas natural* actualmente sigue siendo la principal fuente de generación de electricidad a partir de este tipo de combustibles.

Si realizamos un repaso por todas las actividades que realizamos a lo largo de un día seremos conscientes de que la *energía eléctrica* está presente en la mayoría de ellas. De ahí la importancia de que seamos conscientes de distintos aspectos a tener en cuenta sobre el consumo de la electricidad. Por un lado, algunas fuentes de energía se agotan, es decir, existen de forma limitada en la naturaleza por lo que se consideran no renovables. Además, el modo de transportar, extraer y consumir esta energía también tiene su **impacto en el medioambiente**.

Por estos motivos es importante ser conscientes de la importancia de realizar un **consumo responsable de la energía**, fomentando el **ahorro energético** para contribuir a conservar el medioambiente y el desarrollo sostenible.

Existen numerosas acciones que podemos tener en cuenta para fomentar el *ahorro energético*, pero las más sencillas se encuentran en pequeños gestos de nuestras *rutinas diarias*. La modernización de nuestro estilo de vida ha llenado los hogares de electrodomésticos y otros

aparatos electrónicos que nos facilitan la vida, pero que debemos aprender a utilizar de una manera eficiente.

Por ello, es necesario conocer una serie de consejos para ahorrar energía en nuestros hogares, con el consiguiente ahorro en la factura de la luz y un menor impacto en el medio ambiente, al evitar el despilfarro energético.

### **El consumo energético de los electrodomésticos**

Los utilizamos todos los días, algunos incluso varias veces. De hecho, los electrodomésticos suponen prácticamente la mitad del gasto energético en el hogar. Te damos algunos consejos sobre el consumo energético de los electrodomésticos:

- **Lavadora.** Es un electrodoméstico que consume mucha energía, sobre todo cuando tiene que calentar el agua. Puedes ahorrar energía utilizando programas de lavado en frío y utilizándola solo cuando esté del todo llena.
- **Secadora.** Lo recomendable es que su uso sea excepcional y primar siempre el uso del calor del sol y del viento para secar la ropa.
- **Lavaplatos.** Este electrodoméstico consume mucha energía, sobre todo para calentar el agua. Es aconsejable utilizarlo siempre cuando esté lleno, o utilizar programas de ahorro o media carga cuando no sea así.
- **Frigorífico.** Se trata del electrodoméstico que más electricidad consume en el hogar por lo que es aconsejable intentar optimizar su uso. Cuando abrimos la puerta del frigorífico, su temperatura baja y el motor se pone de nuevo en marcha para volver a enfriar. Por eso lo recomendable es intentar optimizar su uso abriendo lo menos posible y no dejar nunca la puerta abierta por un periodo largo de tiempo.
- **Congelador.** La temperatura ideal es de  $-15^{\circ}\text{C}$ . Como ocurre con el frigorífico, siempre que se abre la puerta pierde temperatura, por lo que es necesario hacer un buen uso. Algunos consejos para ahorrar energía es no congelar todos los alimentos a la vez y mantenerlo lleno sin forzar su capacidad, debido a que los alimentos congelados son una fuente de frío que ayudan al congelador a mantener su temperatura y, por tanto, utilizar menos electricidad.
- **Horno.** Consume mucha energía por lo que se recomienda su uso solo para cocinar y no para descongelar o mantener el calor de los alimentos. Cuando esté en funcionamiento, es necesario evitar la puerta abierta debido a que perderá temperatura.
- **Microondas.** Algunos consejos para ahorrar energía utilizando el microondas es no abrirlo antes de que termine la cocción y colocar los alimentos, preferiblemente en trozos para que su tiempo de cocinado sea menor.
- **Cocina.** Las cocinas de gas son las que más ahorro de energía suponen. Si la cocina es de vitrocerámica, puede ahorrarse energía desconectándola unos minutos antes de acabar de cocinar, ya que el calor se mantiene.
- **Pequeños electrodomésticos.** Desenchufarlos tras terminar de usarlos y elegir pequeños electrodomésticos con distintas potencias para utilizar la necesaria en cada caso.

- **Comprar electrodomésticos con buena clasificación energética.** Elige siempre electrodomésticos que te ayuden a ahorrar a la larga. La calificación más baja es la G y la más alta, la A.

### **Consejos para ahorrar electricidad en la climatización del hogar**

La calefacción, los climatizadores y los aires acondicionados suponen otro de los principales gastos de electricidad de los hogares. Para climatizar una casa de una manera sostenible y ahorrar energía, deben tenerse en cuenta algunos aspectos:

- **Temperatura:** lo ideal es una temperatura interior de 19 a 21 °C en invierno y de 22 a 26 °C en verano. Por cada grado que aumentamos la temperatura se consume un 7% más de energía.
- **Ventilación:** es importante renovar el aire de las casas, pero hacerlo de una forma correcta te ayudará ahorrar energía. El tiempo recomendado para ventilar sin que se enfríe o caliente demasiado es unos 10 minutos, y hacerlo a primera hora de la mañana.
- **Orientación del edificio:** si vas a construir, comprar o alquilar una vivienda, debes tener en cuenta su orientación si lo que quieres es ahorrar en gasto energético. Las viviendas orientadas hacia el sur o este aprovechan el sol y calor de la primera parte del día, mientras que las orientadas hacia el oeste acumulan demasiado calor en verano.
- **Aislamiento térmico:** un buen aislamiento del hogar es clave para mantener la temperatura y ahorrar energía.
- **Complementos para equilibrar la temperatura:** el sol es un gran aliado para climatizar nuestro hogar y ahorrar en electricidad siempre que sepamos dejarlo entrar en invierno y evitar su paso en verano.
  - **Ventanas:** el doble cristal permite ahorrar un 25% de energía en calefacción y aislar del ruido del exterior.
  - **Persianas:** ayudan a ventilar la casa en verano bloqueando el paso del sol.
  - **Cortinas:** permiten conservar el calor de las habitaciones en invierno y evitar el paso de sol en verano.
- **Aparatos para refrescar el ambiente:** el ventilador consume menos energía que el aire acondicionado.
- **Aparatos para calentar el ambiente:** las calefacciones centralizadas de gas son las que menos consumen.
- **Suelo radiante:** es útil para tener una temperatura constante en todas las habitaciones, porque propaga el calor por el suelo.

### **Consejos para ahorrar en la iluminación del hogar**

Aprovechar al máximo la luz natural es la clave de cómo ahorrar energía eléctrica en el consumo de electricidad para iluminar nuestro hogar. Lo ideal es combinarlo con lámparas de bajo consumo o LED.

### **Consejos para ahorrar energía en los aparatos electrónicos**

Los aparatos electrónicos de nuestro hogar a menudo suponen un gasto energético mayor del que deberían. Esto es porque este tipo de televisiones, reproductores de música o vídeo suelen tener un sistema de apagado en **stand by** que les hace no estar nunca desenchufados de la corriente y, por tanto, el gasto de electricidad, aunque pequeño, es permanente. Lo mejor es dejarlos completamente desconectados de la luz.

## 9. EL PROCESO TECNOLÓGICO

El **proceso tecnológico** es el conjunto de *etapas* o *fases* que debemos de seguir desde que aparece un problema hasta que encontramos el sistema u objeto tecnológico que lo resuelve.

Este método de trabajo se llama también **método de proyectos**. Para llevar a cabo este *proceso* es necesario seguir el desarrollo ordenado de las siguientes **fases**:

- 1. Necesidad o propuesta de trabajo:** Se describe claramente el objetivo de nuestro *proyecto* y especificamos las condiciones iniciales que deberá de cumplir el objeto que resolverá nuestro problema.
- 2. Búsqueda de información:** Algunos problemas pueden ser resueltos con nuestros conocimientos e imaginación. Otras veces se necesita recopilar información que nos ayude a encontrar la solución idónea, a través de preguntas a gente, observación de objetos o consulta libros, revistas, Internet, etc.
- 3. Propuesta de idea:** En esta fase se produce una *tormenta de ideas* que se deben tener en cuenta para elegir la más adecuada a las necesidades de nuestro problema
- 4. Selección de idea:** De entre todas las *ideas propuestas* se elige la que mejor que se adapta a las necesidades y objetivo de nuestro problema. Para seleccionar la *idea* podemos seguir varios métodos, uno de ellos puede ser mezclar todos los aspectos positivos de cada una de las ideas. Se puede elaborar una tabla de puntuación para cada una de las ideas propuestas donde se valorarán los ítems que consideremos necesarios como: coste, sencillez de ejecución, calidad estética, adecuación a los objetivos,... La idea que tenga mejor puntuación será la que se realice.
- 5. Diseño:** Es la fase más creativa del *proceso tecnológico* en ella se determinan las características del objeto a construir. Para ello, se definen todos los detalles necesarios para su construcción, todo esto con la ayuda de la *expresión gráfica* de ideas (bocetos, croquis, planos, etc.). También podemos utilizar medios informáticos para la representación de objetos o sistemas. En esta fase realizaremos distintos tipos de dibujo:
  - *Vistas de conjunto:* dibujo de la idea en su totalidad.
  - *Planta, alzado y perfil:* vistas principales para introducir los datos técnicos del diseño.
  - *Detalles de piezas y uniones.*
  - *Despieces.*

- 6. Planificación:** En esta fase se concretan las *tareas* y los *medios* necesarios para la construcción del objeto o sistema. Se definen de forma ordenada las operaciones a realizar y se seleccionan los *materiales* y *herramientas* necesarios.

En esta fase se realizará la **hoja de procesos**, en donde se tendrán en cuenta las *tareas* asignadas a cada miembro del grupo, que piezas se necesitan realizar antes, etc. El objetivo es conseguir maximizar el *tiempo de trabajo* de cada miembro del grupo, con lo que conseguiremos que el *tiempo de ejecución* del proyecto sea mínimo. Se ha de elaborar un documento donde se tendrán en cuenta los siguientes aspectos:

- Qué se va a hacer.
- Quién se va a encargar de hacerlo.
- Cómo se va a realizar.
- Cuándo se va a realizar y cuánto se va a tardar.

- 7. Construcción:** Se construye el objeto o sistema diseñado siguiendo el plan de actuación previsto y respetando las *normas de uso y seguridad* en el empleo de los materiales, herramientas y máquinas.

- 8. Evaluación o prueba:** Se evalúa si el objeto construido responde a su finalidad y cumple las condiciones inicialmente establecidas. En caso contrario se buscan las causas y se vuelve a *diseñar* y *construir* el objeto. Aquí tendremos en cuenta la apariencia, el funcionamiento, material empleado, mantenimiento, etc. Así tendremos dos posibles opciones, que el producto sea adecuado, con lo que llegaremos al fin del proceso o que no lo sea con lo que tendremos que volver a selección de idea para ver donde podemos cambiarla.

### 9.1. EL PROYECTO TÉCNICO.

El **Proyecto Técnico** es un documento en el que se pone por escrito la solución a un problema técnico u objeto tecnológico. El *proyecto técnico* consta de las siguientes partes:

- **Planos:** aquí se archivan todos los documentos relacionados con el diseño del objeto, desde el plano de detalle, bocetos, croquis, perspectivas, etc. Consta de los siguientes *planos*:
  - Plano de conjunto o croquis: es un dibujo en perspectiva con medidas y acotado. Se realiza a mano alzada o con reglas, pero con especial atención a los detalles del dibujo.
  - Planos de vistas: realizaremos los planos de alzado, planta y perfil de nuestro diseño acotados y con su escala correspondiente.
  - Plano de despiece: dibujaremos en detalle, con medidas y acotación, cada una de las piezas que componen el diseño. Debe contener todas las piezas diferentes (si hay varias piezas iguales sólo se dibuja una y se indica el número de ellas).
- **Memoria:** en esta parte se archiva todo los datos relativos a la propuesta de trabajo, posibles ideas y selección de la misma, pruebas de verificación, las especificaciones técnicas, etc. Estos documentos de la *memoria* son tres:

- Memoria expositiva: Se expondrán los motivos de construcción, el uso que se va a hacer, el bien o finalidad social. También se nombrarán las opciones desechadas, explicando las razones por las que no se han seleccionado.
  - Memoria descriptiva: Se definen las medidas externas, la forma, el color, el diseño y cómo funciona el objeto que se va a construir.
  - Memoria de materiales: Se especifican los materiales usados para las piezas y el acabado de cada una y del conjunto, utilizando vocabulario técnico para describir materiales, herramientas, procesos de fabricación, peligros de uso y desecho de materiales.
- **Planificación**: en este apartado del proyecto se archivan todos los documentos relativos a elección de materiales, herramientas, mano de obra, hoja de procesos,
  - **Presupuesto**: se archiva el gasto que se hace para la realización de esta idea. Consiste en la suma de los costes de cada material que utilizamos para construir el proyecto añadiendo el I.V.A y la mano de obra. En nuestro caso no incluiremos ningún coste de mano de obra, pero en los proyectos profesionales es un apartado muy importante. Para el cálculo se parte de una tabla o documento, con los siguientes apartados:

- *Número*: es simplemente un orden numérico para cada material.
- *Cantidad de cada material* (expresado en cm<sup>2</sup>, m , Kg., ud).
- *Descripción*: cada clase de material que se compra a un precio dado (agrupamos todas las piezas que se construyen con este material).
- *Precio unitario* (euros por metro, por unidad, por kilogramo).
- *Coste total*: cantidad de material x precio unitario.

CURSO:		GRUPO:		FECHA:
PROYECTO:				HOJA Nº:
Nº	CANTIDAD	MATERIAL	PRECIO UNITARIO	PRECIO TOTAL
...	...	...	...	...
			TOTAL SIN IVA	
			IVA	
			TOTAL	

Al final del mismo se indica el **coste total sin I.V.A.** que resulta de la suma de los costes de cada material. El **coste total final** es igual al *coste total sin IVA + valor del I.V.A.*

## RESUMEN DEL TEMA 6

### 1. ELECTRICIDAD.

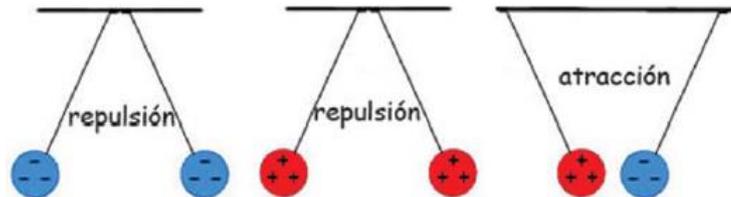
La **electricidad** es un *fenómeno físico* originado por las **cargas eléctricas**. También es una **forma de energía** asociada a la atracción y repulsión de las *cargas eléctricas*.

#### 1.1. TIPOS DE ELECTRICIDAD.

La **carga eléctrica** es una propiedad de la materia y es la responsable de los **fenómenos eléctricos**. Existen dos tipos de *cargas eléctricas*: **positivas** y **negativas**.

Las **cargas eléctricas del mismo signo se repelen** y las **cargas eléctricas de distinto signo se atraen**.

Las únicas *cargas eléctricas* que se desplazan de un átomo a otro son los *electrones*.



La **carga** de un cuerpo es el número de electrones que tiene en exceso o en defecto. Como la *carga* de los electrones muy pequeña, en el S.I. se usa una unidad mayor que es el **Culombio (C)**

Existen dos tipos fundamentales de **electricidad**:

- **Electricidad estática:** es aquella que se pone de manifiesto cuando las *cargas eléctricas* no se desplazan. Los cuerpos pueden electrizarse de tres maneras: *por frotamiento*, *por contacto*, *por inducción*.
  - **Electrización por frotamiento:** se produce al frotar dos objetos. En el frotamiento se transfieren *electrones* de uno de los objetos al otro, quedando estos cargados eléctricamente. La carga eléctrica no varía pero queda distribuida de forma diferente.
  - **Electrización por contacto:** se produce al tocar un *objeto cargado* (positivamente o negativamente) a otro no cargado (neutro). De esta forma el *objeto neutro* quedará cargado con la misma carga eléctrica que el *objeto cargado*.
  - **Electrización por inducción:** se produce al acercar un objeto cargado (positivamente o negativamente) a otro no cargado (neutro). De esta forma se induce una carga de signo contrario en la superficie más próxima del *objeto neutro*, que se traduce en una atracción. La parte más alejada quedará con un exceso de carga de signo contrario (el cuerpo es neutro).
- **Electricidad dinámica:** es aquella que se pone de manifiesto cuando las *cargas eléctricas* se desplazan a través de conductores. Es decir, al flujo de cargas eléctricas se le denomina *corriente eléctrica*.

#### 1.2. MATERIALES CONDUCTORES Y AISLANTES.

Los electrones no se desplazan con la misma facilidad en un tipo de materiales que en otros.

Un **material conductor** es aquel material que permite que lo atraviese un flujo de cargas eléctricas en movimiento. Ejemplo: los metales (la plata, el cobre o el aluminio) presentan una alta conductividad.

Un **material aislante** es un material con escasa capacidad de conducción de la electricidad. Ejemplos de materiales aislantes: el *vidrio*, los *plásticos* y las *cerámicas*.

Algunos materiales, como el *aire* o el *agua*, son aislantes bajo ciertas condiciones pero no para otras.

## 2. LA CORRIENTE ELÉCTRICA.

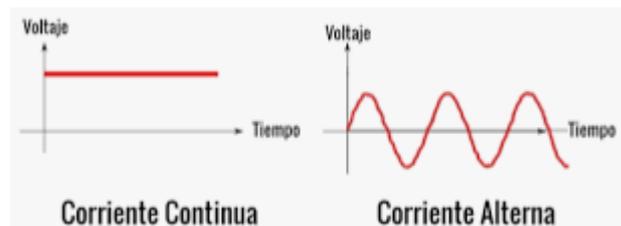
Una **corriente eléctrica** es un movimiento ordenado de electrones a través de un *circuito eléctrico*.

Para que circule una *corriente eléctrica* por un *circuito eléctrico* se deben dar dos condiciones: que el camino esté cerrado y que haya un generador que produzca dicha corriente. Si alguna de las dos condiciones no se cumple, no puede haber corriente eléctrica.

El **sentido real** de la *corriente eléctrica* es aquel que va desde del polo negativo del generador al polo positivo del generador. El **sentido convencional** es aquel en el que la *corriente eléctrica* sale del polo positivo hacia el polo negativo.

### Tipos de corriente eléctrica

Dependiendo de cómo varíe en el tiempo, la *corriente eléctrica* la podemos clasificar en dos tipos:



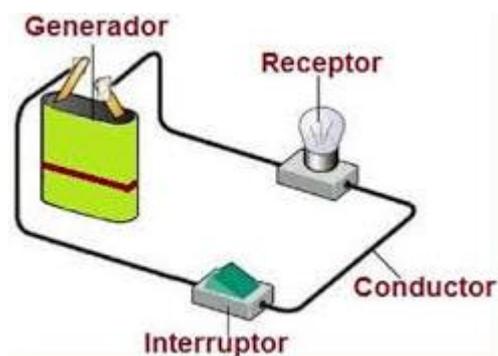
- La **corriente continua** es aquella que no varía su valor ni su sentido a lo largo del tiempo.
- La **corriente alterna** es aquella que varía su valor y su sentido cíclicamente en el tiempo.

## 3. EL CIRCUITO ELÉCTRICO.

Un **circuito eléctrico** es un camino cerrado formado por distintos *elementos* conectados entre sí, por el que puede circular una *corriente eléctrica*.

Los *elementos* que forman parte de un *circuito eléctrico* son los siguientes:

- **Generador:** es el encargado de mantener una *diferencia de potencial eléctrico (d.d.p.)* entre sus bornes. Ejemplo: *pila*, *batería*, *dinamo* o *alternador*.
- **Conductores:** Son los encargados de unir al resto de elementos de un circuito eléctrico. A través de ellos circula la corriente eléctrica. Ejemplo: *cables eléctricos*.
- **Receptores:** Se encargan de transformar la *energía eléctrica* en otro tipo de energía. Por ejemplo: motor eléctrico, timbre, bombilla, etc.



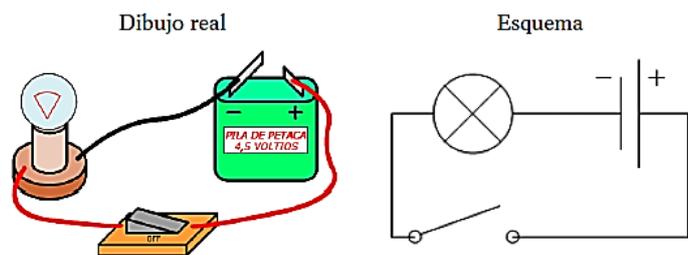
- **Elementos de control:** son los encargados de controlar el funcionamiento del circuito. Ejemplos: *interruptores, pulsadores o conmutadores.*
- **Elementos de protección:** sirven para proteger tanto a las personas, como a los elementos que forman parte de una instalación eléctrica. Por ejemplo: *fusibles, PIAs o diferencial.*

De estos cinco tipos de elementos, los únicos imprescindibles para que un *circuito eléctrico* funcione son: los **generadores**, los **conductores** y los **receptores**.

Aunque los **elementos de control y protección** no son necesarios para que un circuito eléctrico funcione, son fundamentales para controlar la *corriente eléctrica* y evitar accidentes como descargas eléctricas e incendios.

### 3.1. ESQUEMA ELÉCTRICO. SIMBOLOGÍA ELÉCTRICA.

Para representar un *circuito eléctrico* se utilizan **esquemas** en los que cada componente o elemento está representado mediante un **símbolo eléctrico**.



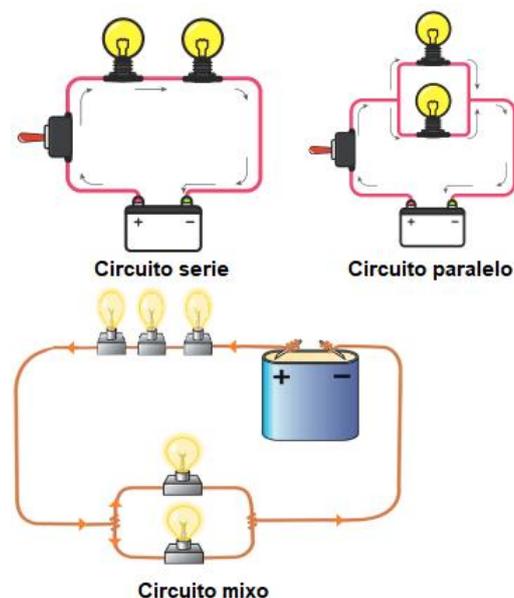
A continuación se muestran los *símbolos eléctricos* más habituales que nos podemos encontrar en un *esquema eléctrico*.

Símbolos de los componentes de un circuito			
Pila		Bombilla	
Interruptor		Resistencia	
Amperímetro		Voltímetro	

### 3.2. TIPOS DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS.

Dependiendo de cómo conectemos los elementos de un *circuito eléctrico*, nos podemos encontrar con tres tipos de circuitos: *serie, paralelo y mixto*.

- En un **circuito en serie**, la corriente eléctrica que circula por él es la misma para cada uno de sus receptores.
- En un **circuito en paralelo**, la corriente eléctrica que circula por él se reparte entre los receptores del circuito.
- Un **circuito mixto** es aquel en el que parte de sus receptores están conectados en serie y parte en paralelo.



#### 4. MAGNITUDES ELÉCTRICAS.

Las principales **magnitudes eléctricas** son tres: la **tensión**, la **intensidad de corriente** y la **resistencia eléctrica**.

- La **intensidad de corriente** es la *cantidad de carga eléctrica* ( $Q$ ) que pasa por un punto de un circuito en la unidad de tiempo ( $t$ ). Se designa por la letra **I**, y su unidad de medida es el **amperio (A)**.

$$I = \frac{Q}{t}$$

- La **tensión** o **voltaje** es la *diferencia de potencial eléctrico* (*d.d.p.*) entre dos puntos de un circuito. Representa el trabajo que hay que realizar para trasladar una *carga eléctrica* desde un punto de un circuito a otro. Se representa con la letra **V** y su unidad es el **voltio (V)**.
- La **resistencia eléctrica** es la oposición que presentan los cuerpos al paso de la *corriente eléctrica*. Se designa por la letra **R** y su unidad de medida es el **ohmio ( $\Omega$ )**.

##### Instrumentos de medida de magnitudes eléctricas

- Amperímetro.** Mide la *intensidad* que circula por un punto de un circuito. Se conecta en serie con el componente cuya intensidad queremos conocer.
- Voltímetro.** Se utiliza para medir la *tensión* que hay entre dos puntos de un circuito y se conecta en paralelo con el generador o componente cuya tensión se va a medir.
- Óhmetro.** Se utiliza para medir la *resistencia* que tiene cualquier componente eléctrico. Para que la medida sea correcta, debemos desconectar del resto del circuito el elemento del cuál queremos saber su resistencia.
- Polímetro.** Son aparatos que pueden realizar medidas de varias magnitudes eléctricas: tensión, corriente, resistencia... Presentan la lectura en un display.

#### 4.1. LEY DE OHM.

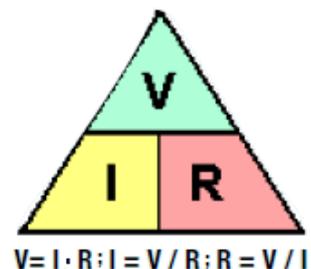
La ley que relaciona las tres *magnitudes eléctricas* fundamentales es la **Ley de Ohm**. Esta ley dice: “**la intensidad de corriente eléctrica que circula por un circuito es directamente proporcional a la tensión aplicada e inversamente proporcional a la resistencia del circuito**”.

Matemáticamente se expresa de la siguiente forma:

$$I = \frac{V}{R}$$

De esta expresión se pueden deducir otras dos:

$$V = I \cdot R \rightarrow R = \frac{V}{I}$$



#### 5. TRANSFORMACIONES ENERGÉTICAS.

La importancia y la utilidad de la *electricidad* radica en la capacidad que tiene la *energía eléctrica* de transformarse en otras formas de energía, como por ejemplo:

- Energía luminosa**, en una bombilla o en un tubo fluorescente.

- **Energía mecánica**, en un motor eléctrico.
- **Energía química**, en la carga de una batería.
- **Energía sonora**, en un timbre.
- **Energía térmica o calorífica**, en una estufa eléctrica, una plancha o una resistencia eléctrica.

## 6. OBTENCIÓN DE LA ENERGÍA ELÉCTRICA.

La **energía eléctrica** pasa por diferentes puntos desde que se genera hasta que llega a tu hogar.

### 1. Obtención de la energía a partir de diferentes fuentes primarias.

La **electricidad** es una **fuerza de energía secundaria**, por lo que hay que producirla a partir de una **fuerza de energía primaria**, es decir, de los recursos presentes en la naturaleza.

Existen dos formas de obtener electricidad:

- A partir de *fuentes de energía primarias renovables*, como el viento, la radiación solar o las mareas.
- A partir de *fuentes de energía primarias no renovables* como el carbón, el gas natural, el petróleo o la energía nuclear.

### 2. Transformación de cualquier tipo de energía en energía eléctrica.

Una vez se obtiene la energía, se convierte en electricidad y se transmite desde la *central eléctrica* a través de las *líneas de alta, media y baja tensión* hasta la **subestación eléctrica**. Las más grandes normalmente se ubican en la periferia de las ciudades, mientras que las más pequeñas, pueden instalarse incluso dentro de un edificio.



### 3. Distribución de la energía eléctrica.

La **empresa distribuidora** se encarga de enviar la electricidad desde la *subestación eléctrica* hasta los hogares. Las *distribuidoras* se encargan de transportar y distribuir la energía, y son las encargadas de mantenerlas en buen estado. También son las propietarias de los contadores de luz y, por tanto, las encargadas de enviar las lecturas de consumo a la *empresa comercializadora*. El consumidor no puede elegir a la *distribuidora*, ya que se designa por proximidad a la zona, pero sí a la *comercializadora*.

### 4. Comercialización de la energía eléctrica

La **comercializadora** es la empresa con la que el usuario contrata el suministro eléctrico. Esta empresa compra la energía a las empresas de generación eléctrica y la vende al usuario para que tenga electricidad en su hogar. También es la encargada de enviar las facturas. El suministro eléctrico se puede comercializar y contratar en el **mercado libre**

(contrato entre la empresa y el usuario) o en el **mercado regulado** (regulado por el Gobierno).

## 6.1. PRINCIPALES TIPOS DE GENERACIÓN ELÉCTRICA.

En función de la capacidad que tiene la naturaleza para generar cada recurso, las fuentes de energía se clasifican en renovables y no renovables.

### Generación de energía eléctrica renovable

Las *energías renovables* son aquellas que se obtienen a partir de **fuentes naturales**, como *el sol, el calor de la tierra o la fuerza del viento y del agua*. Su característica principal es que son recursos inagotables y no producen emisiones de *Gases de Efecto Invernadero (GEI)*.

### Generación energía eléctrica no renovable

Las *energías no renovables* son las que se obtienen a partir de **combustibles fósiles**, como *el carbón, el gas natural, el petróleo o la energía nuclear*. Hasta hace unos años su uso era extendido porque permiten satisfacer la demanda del mercado, ya que son fáciles de extraer y el proceso de producción y de transporte es muy eficiente. Sin embargo, son limitadas.

## 7. AHORRO ENERGÉTICO Y LA CONSERVACIÓN SOSTENIBLE DEL MEDIO AMBIENTE.

Si realizamos un repaso por todas las actividades que realizamos a lo largo de un día seremos conscientes de que la *energía eléctrica* está presente en la mayoría de ellas. De ahí la importancia de que seamos conscientes de distintos aspectos a tener en cuenta sobre el consumo de la electricidad. Además, el modo de transportar, extraer y consumir esta energía también tiene su **impacto en el medioambiente**.

Por estos motivos es importante ser conscientes de la importancia de realizar un **consumo responsable de la energía**, fomentando el **ahorro energético** para contribuir a conservar el medioambiente y el desarrollo sostenible.

Por ello, es necesario conocer una serie de consejos para ahorrar energía en nuestros hogares, con el consiguiente ahorro en la factura de la luz y un menor impacto en el medio ambiente.

### El consumo energético de los electrodomésticos

Te damos algunos consejos sobre el consumo energético de los electrodomésticos:

- **Lavadora, secadora y lavavajillas.** Son electrodomésticos que consume mucha energía, En el caso de la lavadora, puedes ahorrar energía utilizando programas de lavado en frío y utilizándola solo cuando esté del todo llena. En el caso de la secadora, o recomendable es que su uso sea excepcional y primar siempre el uso del calor del sol y del viento para secar la ropa. En el caso del lavavajillas, es aconsejable utilizarlo siempre cuando esté lleno, o utilizar programas de ahorro o media carga cuando no sea así.
- **Frigorífico.** Se trata del electrodoméstico que más electricidad consume en el hogar por estar funcionando las 24 horas. Es aconsejable intentar no abrir mucho la puerta del frigorífico y no dejarla abierta por un periodo largo de tiempo, el consumo aumenta.

- **Congelador.** La temperatura ideal es de  $-15^{\circ}\text{C}$ . Algunos consejos para ahorrar energía es no congelar todos los alimentos a la vez y mantenerlo lleno sin forzar su capacidad, debido a que los alimentos congelados son una fuente de frío que ayudan al congelador a mantener su temperatura y, por tanto, utilizar menos electricidad.
- **Horno.** Consume mucha energía por lo que se recomienda su uso solo para cocinar y no para descongelar o mantener el calor de los alimentos.
- **Microondas.** Para ahorrar energía utilizando el microondas es colocar los alimentos, preferiblemente en trozos, para que su tiempo de cocinado sea menor.
- **Cocina.** Las cocinas de gas son las que más ahorro de energía suponen. Con la vitrocerámica, puede ahorrarse energía desconectándola unos minutos antes de acabar de cocinar, ya que el calor se mantiene.
- **Pequeños electrodomésticos.** Desenchufarlos tras terminar de usarlos y elegir pequeños electrodomésticos con distintas potencias para utilizar la necesaria en cada caso.
- **Comprar electrodomésticos con buena clasificación energética.** Elige siempre electrodomésticos que te ayuden a ahorrar a la larga. La calificación más baja es la G y la más alta, la A.

### **Consejos para ahorrar electricidad en la climatización del hogar**

La *calefacción, los climatizadores y los aires acondicionados* suponen otro de los principales gastos de electricidad de los hogares. Para climatizar una casa de una manera sostenible y ahorrar energía, deben tenerse en cuenta algunos aspectos:

- **Temperatura:** lo ideal es una temperatura interior de 19 a 21  $^{\circ}\text{C}$  en invierno y de 22 a 26  $^{\circ}\text{C}$  en verano. Por cada grado que aumentamos se consume un 7% más de energía.
- **Ventilación:** El tiempo recomendado para ventilar sin que se enfríe o caliente demasiado es unos 10 minutos, y hacerlo a primera hora de la mañana.
- **Orientación del edificio:** Las viviendas orientadas hacia el sur o este aprovechan el sol y calor de la primera parte del día, mientras que las orientadas hacia el oeste acumulan demasiado calor en verano.
- **Aislamiento térmico:** un buen aislamiento del hogar es clave para mantener la temperatura y ahorrar energía.
- **Complementos para equilibrar la temperatura:** el sol es un gran aliado para climatizar nuestro hogar y ahorrar en electricidad siempre que sepamos dejarlo entrar en invierno y evitar su paso en verano.
  - Ventanas: el doble cristal permite ahorrar un 25% de energía en calefacción y aislar del ruido del exterior.
  - Persianas: ayudan a ventilar la casa en verano bloqueando el paso del sol.
  - Cortinas: permiten conservar el calor de las habitaciones en invierno y evitar el paso de sol en verano.

- **Aparatos para refrescar el ambiente:** el ventilador consume menos energía que el aire acondicionado.
- **Aparatos para calentar el ambiente:** las calefacciones centralizadas de gas son las que menos consumen.
- **Suelo radiante:** es útil para tener una temperatura constante en todas las habitaciones, porque propaga el calor por el suelo.

### Consejos para ahorrar en la iluminación del hogar

Aprovechar al máximo la luz natural es la clave de cómo ahorrar energía eléctrica en el consumo de electricidad para iluminar nuestro hogar. Lo ideal es combinarlo con lámparas de bajo consumo o LED.

### Consejos para ahorrar energía en los aparatos electrónicos

Los aparatos electrónicos de nuestro hogar suelen tener un sistema de apagado en **stand by** que les hace no estar nunca desenchufados de la corriente y, por tanto, el gasto de electricidad, aunque pequeño, es permanente. Lo mejor es dejarlos completamente desconectados de la luz.

## 8. EL PROCESO TECNOLÓGICO.

El **proceso tecnológico** es el conjunto de *etapas* o *fases* que debemos de seguir desde que aparece un problema hasta que encontramos el sistema u objeto tecnológico que lo resuelve.

Este método de trabajo se llama también **método de proyectos**. Para llevar a cabo este *proceso* es necesario seguir el desarrollo ordenado de las siguientes **fases**:

1. **Necesidad o propuesta de trabajo:** Se describe claramente el objetivo de nuestro *proyecto* y especificamos las condiciones iniciales que deberá de cumplir el objeto que resolverá nuestro problema.
2. **Búsqueda de información:** Algunos problemas pueden ser resueltos con nuestros conocimientos e imaginación. Otras veces se necesita recopilar información que nos ayude a encontrar la solución idónea, a través de observación de objetos o consulta libros, revistas, Internet, etc.
3. **Propuesta de idea:** En esta fase se produce una *tormenta de ideas* que se deben tener en cuenta para elegir la más adecuada a las necesidades de nuestro problema
4. **Selección de idea:** De entre todas las *ideas propuestas* se elige la que mejor que se adapta a las necesidades y objetivo de nuestro problema. Para seleccionar la *idea* podemos seguir varios métodos, uno de ellos puede ser mezclar todos los aspectos positivos de cada una de las ideas. La idea que cumpla mejor las especificaciones del problema planteado será la que se realice.
5. **Diseño:** Es la fase más creativa del *proceso tecnológico* en ella se determinan las características del objeto a construir. Para ello, se definen todos los detalles necesarios para su construcción, todo esto con la ayuda de la *expresión gráfica* de ideas (bocetos, croquis, planos, etc.). También podemos utilizar medios informáticos para la representación de

objetos o sistemas. En esta fase realizaremos distintos tipos de dibujo: *vistas de conjunto, vistas principales (Alzado, planta y perfil), detalles de piezas y uniones y despieces.*

- 6. Planificación:** En esta fase se concretan las *tareas* y los *medios* necesarios para la construcción del objeto o sistema. Se definen de forma ordenada las operaciones a realizar y se seleccionan los *materiales* y *herramientas* necesarios.

En esta fase se realizará la **hoja de procesos**, en donde se tendrán en cuenta las *tareas* asignadas a cada miembro del grupo, que piezas se necesitan realizar antes, etc. El objetivo es conseguir maximizar el *tiempo de trabajo* de cada miembro del grupo y conseguir que el *tiempo de ejecución* del proyecto sea mínimo.

- 7. Construcción:** Se construye el objeto o sistema diseñado siguiendo el plan de actuación previsto y respetando las *normas de uso y seguridad* en el empleo de los materiales, herramientas y máquinas.
- 8. Evaluación o prueba:** Se evalúa si el objeto construido responde a su finalidad y cumple las condiciones inicialmente establecidas. Así tendremos dos posibles opciones, que el producto sea adecuado, con lo que llegaremos al fin del proceso o que no lo sea con lo que tendremos que buscar las causas y volver a *diseñar* y *construir* el objeto.

### 8.1. EL PROYECTO TÉCNICO.

El **Proyecto Técnico** es un documento en el que se pone por escrito la solución a un problema técnico u objeto tecnológico. El *proyecto técnico* consta de las siguientes partes:

- **Planos:** aquí se archivan todos los documentos relacionados con el diseño del objeto, desde el plano de detalle, bocetos, croquis, vistas o perspectivas, despieces, etc.
- **Memoria:** en esta parte se archiva todo los datos relativos a la propuesta de trabajo, posibles ideas y selección de la misma, pruebas de verificación, las especificaciones técnicas, etc. Estos documentos de la *memoria* son tres: *memoria expositiva, memoria descriptiva y memoria de materiales.*
- **Planificación:** en este apartado del proyecto se archivan todos los documentos relativos a elección de materiales, herramientas, mano de obra, hoja de procesos,
- **Presupuesto:** se archiva el gasto que se ha realizado para la realización de esta idea. Consiste en la suma de los costes de cada material que utilizamos para construir el proyecto añadiendo el I.V.A y la mano de obra. En nuestro caso no incluiremos ningún coste de mano de obra, pero en los proyectos profesionales es un apartado muy importante. Para el cálculo se parte de una tabla o documento similar a este.

CURSO:		GRUPO:		FECHA:
PROYECTO:				HOJA Nº:
Nº	CANTIDAD	MATERIAL	PRECIO UNITARIO	PRECIO TOTAL
...	...	...	...	...
			TOTAL SIN IVA	
			IVA	
			TOTAL	

**ACTIVIDADES DEL TEMA 6: “LA NATURALEZA ELÉCTRICA DE LA MATERIA. CIRCUITOS Y OPERADORES ELÉCTRICOS. EL AHORRO ENERGÉTICO Y LA EFICIENCIA ENERGÉTICA COMO BASE PARA UN DESARROLLO SOSTENIBLE ENERGÉTICAMENTE”.**

1. ¿Qué es la corriente eléctrica?

2. Indica si son verdaderas (V) o falsas (F) las siguientes afirmaciones:

- Una corriente eléctrica es un movimiento ordenado de protones a través de un circuito eléctrico.
- La corriente continua (CC) es aquella en la que los electrones circulan aleatoriamente.
- En los enchufes de nuestras casas disponemos solo de corriente alterna.
- El cobre es un material aislante.
- La batería o la pila son dispositivos que suministran a los electrones la energía necesaria para mantener su movimiento ordenado.
- Todos los aparatos electrónicos que enchufamos a la red eléctrica o bien disponen de una fuente de alimentación, o se alimentan a través de un cargador o alimentador.

3. Define cada uno de los componentes de un circuito eléctrico.

4. ¿Qué es la intensidad de corriente? ¿En qué unidades se mide? ¿Qué aparato la mide?

5. ¿Qué es la tensión eléctrica? ¿En qué unidades se mide? ¿Qué aparato la mide?

6. ¿Qué es la resistencia eléctrica de un material? ¿En qué unidades se mide?

7. Indica en qué unidades mediríamos:

1	La tensión
2	La resistencia
3	La intensidad

	Ohmios
	Voltios
	Amperios

8. Entre los extremos de una resistencia de  $100 \Omega$  hay una diferencia de potencial de  $10 \text{ V}$ , ¿cuál es la intensidad de corriente que circula por la misma?

9. El amperímetro marca  $0,25 \text{ A}$  y el voltímetro  $10 \text{ V}$ . ¿Cuál es el valor de la resistencia?

10. ¿Qué intensidad de corriente circulara por un conductor de  $4 \Omega$  de resistencia si se le aplica un voltaje de  $80 \text{ voltios}$ ?

**11. En un conductor circula una intensidad de 4 A y tiene una resistencia de 2 ohmios.**

**¿Qué tensión tendrá en los extremos?**

**12. ¿En qué consiste la fase de planificación?**

**13. Explica para qué sirve cada uno de estos documentos:**

- Presupuesto.
- Hoja de procesos.

## SOLUCIONES

### 1. Solución:

Una **corriente eléctrica** es un movimiento ordenado de cargas libres, normalmente de electrones, a través de un material conductor en un circuito eléctrico

### 2. Soluciones:

F, F, V, F, V, V.

### 3. Solución:

- **Generador:** Es el elemento que produce energía eléctrica, como la pila.
- **Receptor:** Es el elemento que consume energía eléctrica para transformarla en otro tipo de energía.
- **Cable conductor:** Conduce la corriente eléctrica.
- **Elemento de control:** Controla el paso de la corriente eléctrica en el circuito.

### 4. Solución:

La **intensidad de corriente (I)** es la cantidad de carga eléctrica que atraviesa la sección de un conductor en un segundo. La unidad en la que se mide la intensidad de corriente es el **amperio (A)**. El aparato que mide intensidad de corriente es el **amperímetro**.

### 5. Solución:

La **tensión eléctrica** o **d.d.p.** es una magnitud física que cuantifica la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos. También se puede definir como el trabajo por unidad de carga ejercido sobre una partícula cargada para moverla entre dos posiciones determinadas. La unidad en la que se mide la tensión eléctrica es el **voltio (V)**. El aparato que mide intensidad de corriente es el **voltímetro**.

### 6. Solución:

La **resistencia eléctrica** es la oposición que muestra un material al paso de la corriente eléctrica. Su unidad de medida es el **ohmio ( $\Omega$ )**.

### 7. Soluciones:

1	La tensión
2	La resistencia
3	La intensidad

2	Ohmios
1	Voltios
3	Amperios

### 8. Solución:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{10}{100} = 0,1 A$$

### 9. Solución:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{10}{0,25} = 40 \Omega$$

### 10. Solución:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{80}{4} = 20 A$$

### 11. Solución:

$$V = I \cdot R = 4 \cdot 2 = 8 V$$

### 12. Solución:

La **planificación** es una de las principales fases de un proceso tecnológico. Planificar consiste en organizar las tareas de forma ordenada, indicando para cada una de ellas las personas que la realizarán, las herramientas y materiales a utilizar y las etapas que se necesitan seguir.

Por ello es necesario tener en cuenta el número de personas del grupo, la distribución de tiempos y adquisición de materiales y herramientas necesarias.

Para una correcta planificación se aconseja rellenar un documento llamado "*Hoja de Procesos*".

### 13. Soluciones:

La **hoja de proceso** ayuda a la planificación del proyecto, en ella aparecen los materiales, las herramientas y las personas responsables de cada tarea. Es el documento más importante para fabricar un objeto, pues éste será la guía que se siga durante toda fabricación. En ella se especifica cada una de las fases de fabricación del proyecto y dentro de cada fase se detallan:

- Nombre de la pieza.
- Materiales y herramientas empleados.
- Operación (trazar, cortar, taladrar, etc.) y operario que la realiza.
- Tiempo de cada operación.

En el **presupuesto** se detallan los gastos que han sido necesarios para la realización de un proyecto técnico. En él se indica la suma de los costes de cada uno de los materiales que hemos utilizado para construir el proyecto añadiendo el I.V.A. y el coste de la mano de obra.

## UNIDAD DE APRENDIZAJE Nº 9: ELECTRICIDAD. EL UNIVERSO. GEOLOGÍA.

### TEMA 7. EL UNIVERSO: TEORÍAS DE FORMACIÓN, ESTRUCTURAS BÁSICAS. EL SISTEMA SOLAR E HIPÓTESIS DEL ORIGEN DE LA VIDA EN LA TIERRA.

#### 1. EL UNIVERSO Y LA TIERRA.

El hombre, desde la antigüedad, siempre ha tratado de explicar cómo se podía haber creado el **Universo**, a través de creencias mitológicas o de teorías científicas. Tanto las civilizaciones egipcias, griegas, chinas o mayas han intentado atribuir el origen del Universo a seres superiores con poderes infinitos.

Sin embargo, la comunidad científica atribuye su origen a la teoría del **big bang**. Esta teoría estipula que hace acerca de 13700 millones de años toda la materia estaba concentrada en un punto, y tras una gran explosión, se alejó entre sí y a distancias enormes.

El **Universo** es el conjunto de todo lo que existe. Nosotros somos parte del *Universo*. También forman parte de él los *astros*. Los **astros** o **cuerpos celestes** son los objetos que hay en el espacio. En el *Universo* hay varios tipos de *astros*:

- **Estrellas:** son astros con luz propia. Podemos verlas en el cielo por la noche. Las *constelaciones* son grupos de estrellas que parecen estar agrupadas formando figuras.
- **Galaxias:** son grandes conjuntos de estrellas y planetas.
- **Planetas:** son astros sin luz propia y de gran tamaño que giran alrededor de una estrella.
- **Satélites:** son astros sin luz y de pequeño tamaño que giran alrededor de un planeta.
- **Cometas:** son astros formados por hielo, trozos de rocas y polvo que giran alrededor de una estrella a gran velocidad. Al moverse dejan detrás una cola que refleja la luz.
- **Asteroides:** suelen ser más grandes que los *cometas* y están compuestos de roca y de metal, por lo que nos les afecta casi el calor del sol. Además, los asteroides no tienen cola.
- **Meteoritos:** son los *meteoroides* que consiguen sobrepasar la atmósfera sin desintegrarse del todo. Reciben el nombre de *meteoritos* cuando llegan al suelo.

#### 1.1. EL SISTEMA SOLAR.

Nuestro **Sistema Solar** forma parte de la **Vía Láctea**, una de las galaxias que forman parte del Universo. El *Sistema Solar* es el conjunto formado por una estrella, el *Sol*, ocho *planetas* y otros *cuerpos celestes* (asteroides, cometas y meteoritos) que orbitan a su alrededor.

Podemos distinguir los siguientes componentes del *Sistema Solar*:

- **El Sol.** Es la *estrella* de nuestro sistema solar. Es unas 100 veces más grande que la Tierra.
- **Los planetas.** Son cuerpos



celestes que no emiten luz y que giran alrededor de una *estrella*. Los ocho planetas que giran alrededor del Sol son *Mercurio*, *Venus*, la *Tierra*, *Marte*, *Júpiter*, *Saturno*, *Urano* y *Neptuno*.

- **Satélites:** Cuerpos que no emiten luz y giran alrededor de un planeta. La mayoría de los *planetas* tienen *satélites* que giran a su alrededor. Júpiter tiene más de 60. La Tierra solo tiene un satélite, la *Luna*.
- **Asteroides:** Son fragmentos sólidos, rocosos, de restos de la formación de *planetas rocosos*. Se encuentran desde la órbita de la Tierra hasta más allá de la órbita de Júpiter, aunque la mayoría están entre Marte y Júpiter, en el denominado *cinturón de asteroides*. Sus órbitas, a veces, cortan la órbita de algún planeta y pueden ser atraídos por su gravedad cayendo hacia el planeta.
- **Cometas:** Cuerpo celeste del Sistema Solar de pequeñas dimensiones que, cuando se acerca al Sol, deja tras de sí una cola luminosa de miles de kilómetros. El más famoso de todos es el *cometa Halley*, que se puede ver desde la Tierra cada 75 años.
- **Meteoroide, meteoro y meteorito:** Un **meteoroides** es un cuerpo rocoso menor que un *asteroide* pero mayor que el polvo cósmico que está fuera de la atmósfera terrestre. Cuando un *meteoroides* entra en la atmósfera y se desintegra dejando una estela luminosa, se convierte en un **meteoro (estrella fugaz)**. Al *meteoroides* que no se desintegra completamente y choca contra la superficie terrestre produciendo un cráter, se le llama **meteorito**.

Los *planetas* tienen diferente tamaño y están a distinta distancia del Sol. Algunos tienen unos anillos formados por polvo y fragmentos de rocas. Podemos clasificar a los *planetas* según su tamaño y composición en:

- **Planetas interiores o rocosos (telúricos):** Se llaman así porque se parecen a la Tierra en el sentido de que están formados por materiales sólidos, rocosos. Son *Mercurio*, *Venus*, la *Tierra* y *Marte*.
- **Planetas exteriores o gaseosos (jovianos):** Están constituidos fundamentalmente por gases y son de gran tamaño comparados con los terrestres. Son *Júpiter*, *Saturno*, *Urano* y *Neptuno*.
- **Planetas enanos.** Son cuerpos celestes que no cumplen las condiciones para ser un planeta: son demasiados pequeños y sus órbitas no están limpias de cuerpos menores. En el *Sistema Solar* hay 5 *planetas enanos* que son *Ceres*, *Plutón*, *Eris*, *Makemake* y *Haumea*.

## 1.2. EL PLANETA TIERRA. CARACTERÍSTICAS.

La **Tierra** es un planeta que por sus características especiales hace que sea un planeta especial. Las características que hacen que la *Tierra* sea un planeta único son:

- La situación de la *Tierra* en el *Sistema Solar*.
- La temperatura de su superficie.
- Presencia de una capa de agua líquida: la *hidrosfera*.

- Los cambios continuos de su fisonomía.
- La aparición de la vida en la Tierra.

### **Situación de la Tierra en el Sistema Solar**

La *Tierra* es el tercer planeta del Sistema Solar más cercano al Sol, el quinto planeta más grande, y el más denso de todos. Es un *planeta rocoso* en continuo cambio, que se encuentra rodeado de una masa de gases denominada *atmósfera*.

### **Temperatura de la superficie terrestre**

La distancia al Sol es de 150 millones de km., distancia suficiente para que los rayos tengan suficiente energía para calentar la superficie, pero es insuficiente para arrastrar la atmósfera fuera del campo gravitatorio terrestre, como ocurrió en *Mercurio*.

La **atmósfera** distribuye la energía solar por la superficie terrestre. Si no existiera, los polos soportarían unas temperaturas mucho más frías, mientras que donde incidieran los rayos del Sol, la temperatura sería mucho más alta. Además, impide que se pierda calor durante la noche.

La reunión de todas las características anteriores ha posibilitado la aparición de la **vida** en el planeta.

### **1.3. MOVIMIENTOS DE LA TIERRA.**

Ya hemos visto que el *Universo* no es nada estático. Las *galaxias* se alejan entre sí, el *Sol* se mueve dentro de la *Vía Láctea*, los *planetas* giran alrededor del Sol y los *satélites* alrededor de los planetas. Además, todos giran sobre sí mismos.

Todos estos movimientos entre el *Sol*, la *Tierra* y la *Luna*, producen los siguientes fenómenos:

- **Alternancia de días y noches:** los cambios que observamos a nuestro alrededor durante un día, o a lo largo del año, se deben a los *movimientos* que realiza la Tierra. La Tierra gira sobre su eje. Este movimiento se denomina **rotación** y produce la alternancia del **día** y la **noche**.

- **Las estaciones del año:** La Tierra gira alrededor del Sol con un movimiento llamado **traslación**, que produce los *cambios estacionales*.

La tierra



completa una vuelta alrededor del Sol en 365,25 días. El movimiento de la Tierra alrededor del Sol y la inclinación del eje terrestre originan las **estaciones del año: primavera, verano, otoño e invierno**. El eje de la Tierra está inclinado un pequeño ángulo (23.5°). El ángulo de inclinación del eje terrestre es el responsable de los cambios en la cantidad de calor que recibe cada hemisferio y por tanto de las *estaciones*. Las cuatro *estaciones* están determinadas por cuatro posiciones principales en la órbita terrestre, opuestas dos a dos, que reciben el nombre de **solsticios y equinoccios**. *Solsticio de invierno, equinoccio de primavera, solsticio de verano y equinoccio de otoño*.

- **Las mareas:** Las *mareas* son las variaciones periódicas del nivel del mar, debido principalmente a la atracción gravitatoria de la *Luna* y, en menor medida, de la atracción del *Sol*, provocando efectos en ambos cuerpos. Las *mareas* se ponen de manifiesto en las zonas costeras como una subida (*pleamar*) o retroceso (*bajamar*) del nivel del mar.

## 2. HIPÓTESIS SOBRE EL ORIGEN DE LA VIDA.

El **origen de la vida en la Tierra** es un enigma que ha intrigado a científicos y filósofos durante siglos. Aunque no existe una respuesta definitiva, existen varias teorías que intentan explicar cómo comenzó la vida en nuestro planeta:

- **Teoría de la Generación Espontánea (Aristóteles, siglo IV a.C.):**  
*Aristóteles* creía que los seres vivos podían surgir espontáneamente de la materia inerte. Esta idea dominó el pensamiento científico durante siglos, pero fue refutada por *Louis Pasteur* en el siglo XIX.
- **Teoría de la Sopa Primordial (Stanley Miller, 1953):**  
*Stanley Miller* realizó experimentos que simularon las condiciones de la Tierra primitiva, demostrando que compuestos orgánicos como los **aminoácidos** podían formarse a partir de sustancias químicas simples en un ambiente rico en energía.
- **Hipótesis del Mundo de ARN (Walter Gilbert, 1986):**  
*Walter Gilbert* sugirió que antes de la aparición del ADN como material genético, las **moléculas de ARN** podrían haber sido los precursores de la vida, ya que tienen la capacidad de almacenar información genética y catalizar reacciones químicas.
- **Teoría de la Panspermia (Fred Hoyle y Chandra Wickramasinghe, 1981):**  
Esta teoría propone que la vida no se originó en la Tierra, sino que fue traída por cometas o asteroides desde otros lugares del universo. *Hoyle* y *Wickramasinghe* sugirieron que la vida es omnipresente en el cosmos.
- **Teoría del Mundo de Hierro y Níquel (Günter Wächtershäuser, 1988):**  
*Wächtershäuser* planteó que las reacciones químicas en la superficie de minerales de hierro y níquel podrían haber dado origen a las *primeras biomoléculas*, proporcionando una alternativa a las teorías basadas en soluciones acuosas.

Estas teorías ofrecen diferentes perspectivas sobre cómo pudo haber comenzado la vida en la Tierra, y aunque ninguna proporciona una respuesta definitiva, han contribuido significativamente a nuestro entendimiento del origen de la vida. La investigación científica continúa explorando estos conceptos y busca nuevas evidencias para arrojar luz sobre este misterio fundamental.

## RESUMEN DEL TEMA 7

### 1. EL UNIVERSO Y LA TIERRA.

El **Universo** es el conjunto de todo lo que existe. Nosotros somos parte del Universo. También forman parte de él los *astros*. Los **astros** o **cuerpos celestes** son los objetos que hay en el espacio. Pueden ser tan grandes como un *planeta* o tan pequeños como un grano de arena.

Las teorías modernas dicen que nuestro *universo* comenzó a existir una pequeña fracción de segundo después del **Big Bang** en la que el universo se expandió a un ritmo exponencial colosal, formándose las *estrellas*, *galaxias* y *planetas* como el nuestro.

En el *Universo* hay varios tipos de *astros*:

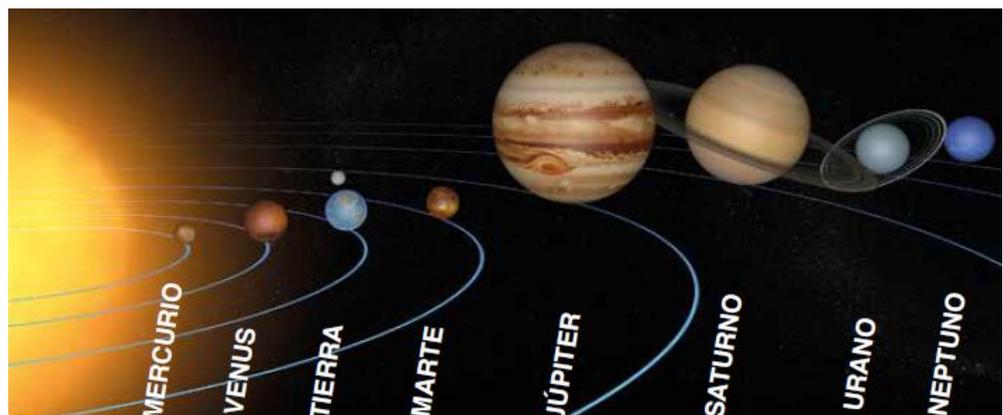
- **Estrellas:** son astros con luz propia. Podemos verlas en el cielo por la noche. Las *constelaciones* son grupos de estrellas que parecen estar agrupadas formando figuras.
- **Galaxias:** son grandes conjuntos de *estrellas* y *planetas*.
- **Planetas:** son astros sin luz propia y de gran tamaño que giran alrededor de una *estrella*.
- **Satélites:** son astros sin luz y de pequeño tamaño que giran alrededor de un *planeta*.
- **Otros cuerpos celestes:** como los *asteroides*, *cometas* y *meteoritos*.

#### 1.1. EL SISTEMA SOLAR.

Nuestro **Sistema Solar** forma parte de la **Vía Láctea**, una de las *galaxias* que forman parte del *Universo*. El *Sistema Solar* está formado por una *estrella* (el Sol) y ocho *planetas* que giran a su alrededor. La *Tierra* es uno de esos planetas. Además, en el *Sistema Solar* hay *satélites*, *cometas* y *asteroides*.

El **Sol** es una *estrella* está en el centro del Sistema Solar. Es unas 100 veces más grande que la *Tierra*. Los ocho **planetas** que giran alrededor del Sol son *Mercurio*, *Venus*, la *Tierra*, *Marte*, *Júpiter*, *Saturno*, *Urano* y *Neptuno*.

Los **planetas** tienen diferente tamaño y están a distinta distancia del Sol. Algunos tienen unos anillos formados por polvo y



fragmentos de rocas. La mayoría de los planetas tienen **satélites** que giran a su alrededor. La *Tierra* solo tiene un satélite, la *Luna*. La *Tierra* es el único planeta del Sistema Solar en el que existe vida.

Los **planetas interiores** o **rocosos** son los más próximos al Sol. Tienen núcleos metálicos y una corteza de aspecto rocoso.

Los **planetas exteriores o gaseosos**, son los más alejados del Sol, también su núcleo es metálico, pero se encuentran rodeados de grandes capas en estado líquido y de atmósferas gaseosas muy profundas sobre todo por hidrógeno y helio.

Los **planetas enanos** son cuerpos celestes que orbitan el Sol y tienen forma esférica pero que no son lo suficientemente grandes para ser considerados planetas. En el Sistema Solar hay 5 *planetas enanos* que son *Ceres, Plutón, Eris, Makemake y Haumea*.

En el *Sistema Solar* existen otros objetos como los *asteroides*, los *cometas* y los *meteoritos*.

Los **asteroides** son grandes rocas que giran alrededor del Sol. Los **cometas** son cuerpos celestes más pequeños que los *asteroides*, formados por hielo y trozos de rocas que giran alrededor de una *estrella* a gran velocidad. Al moverse dejan detrás una cola que refleja la luz. Los **meteoritos** son fragmentos de un cuerpo procedente del espacio exterior que entra en la atmósfera a gran velocidad y cae sobre la Tierra.

## 1.2. EL PLANETA TIERRA. CARACTERÍSTICAS.

El planeta *Tierra* es el tercero que orbita alrededor del Sol, es un planeta terrestre metálico, debido a la composición de su núcleo. Se caracteriza por ser el más denso de todo el *Sistema Solar*, por poseer el campo magnético más intenso y la gravedad superficial más alta de los planetas rocosos, pues tiene la rotación con velocidad más alta. Posee un satélite llamado *Luna*, que orbita a tan solo 384.400 km de distancia de la superficie, La *Tierra* es el único planeta del *Sistema Solar* donde existe vida y se encuentra rodeado de una masa de gases denominada *atmósfera*.

La **atmósfera** tiene un papel importante en el calentamiento de la Tierra. La *atmósfera* es la manta protectora de la Tierra; si no hubiera atmósfera, la temperatura del planeta sería de 22° C bajo cero. El agua cubre el 70% de su superficie. A esta capa de agua líquida se le llama **hidrosfera**.

## 1.3. MOVIMIENTOS DE LA TIERRA.

La *Tierra*, como los demás planetas del Sistema Solar, se mueve. Gira sobre sí misma. Este movimiento se llama **rotación**. La *Tierra* tarda 24 horas en dar una vuelta completa. Este movimiento hace que se produzca la diferencia entre el **día** y la **noche**.

La *Tierra* no solo gira sobre sí misma. También gira alrededor del Sol. Este movimiento se llama **traslación**. La *Tierra* tarda un año en dar una vuelta completa alrededor del Sol. Este movimiento produce las cuatro **estaciones del año**: *primavera, verano, otoño e invierno*.

Las cuatro *estaciones* están determinadas por cuatro posiciones principales en la órbita terrestre, opuestas dos a dos, que reciben el nombre de



**solsticios y equinoccios.** *Solsticio de invierno, equinoccio de primavera, solsticio de verano y equinoccio de otoño.*

Las **mareas** son las variaciones periódicas del nivel del mar, debido principalmente a la atracción gravitatoria de la Luna y, en menor medida, de la atracción del Sol. Se ponen de manifiesto en las zonas costeras como una subida (*pleamar*) o bajada (*bajamar*) del nivel del mar.

## 2. HIPÓTESIS SOBRE EL ORIGEN DE LA VIDA.

El **origen de la vida en la Tierra** es un enigma que ha intrigado a científicos y filósofos durante siglos. Aunque no existe una respuesta definitiva, existen varias teorías que intentan explicar cómo comenzó la vida en nuestro planeta:

- **Teoría de la Generación Espontánea (Aristóteles, siglo IV a.C.):**

*Aristóteles* creía que los seres vivos podían surgir espontáneamente de la materia inerte. Esta idea dominó el pensamiento científico durante siglos, pero fue refutada por *Louis Pasteur* en el siglo XIX.

- **Teoría de la Sopa Primordial (Stanley Miller, 1953):**

*Stanley Miller* realizó experimentos que simularon las condiciones de la Tierra primitiva, demostrando que compuestos orgánicos como los **aminoácidos** podían formarse a partir de sustancias químicas simples en un ambiente rico en energía.

- **Hipótesis del Mundo de ARN (Walter Gilbert, 1986):**

*Walter Gilbert* sugirió que antes de la aparición del ADN como material genético, las **moléculas de ARN** podrían haber sido los precursores de la vida, ya que tienen la capacidad de almacenar información genética y catalizar reacciones químicas.

- **Teoría de la Panspermia (Fred Hoyle y Chandra Wickramasinghe, 1981):**

Esta teoría propone que la vida no se originó en la Tierra, sino que fue traída por cometas o asteroides desde otros lugares del universo. *Hoyle* y *Wickramasinghe* sugirieron que la vida es omnipresente en el cosmos.

- **Teoría del Mundo de Hierro y Níquel (Günter Wächtershäuser, 1988):**

*Wächtershäuser* planteó que las reacciones químicas en la superficie de minerales de hierro y níquel podrían haber dado origen a las *primeras biomoléculas*, proporcionando una alternativa a las teorías basadas en soluciones acuosas.

Estas teorías ofrecen diferentes perspectivas sobre cómo pudo haber comenzado la vida en la Tierra, y aunque ninguna proporciona una respuesta definitiva, han contribuido significativamente a nuestro entendimiento del origen de la vida. La investigación científica continúa explorando estos conceptos y busca nuevas evidencias para arrojar luz sobre este misterio fundamental.

**ACTIVIDADES DEL TEMA 7: “EL UNIVERSO: TEORÍAS DE FORMACIÓN, ESTRUCTURAS BÁSICAS. EL SISTEMA SOLAR E HIPÓTESIS DEL ORIGEN DE LA VIDA EN LA TIERRA”.**

**1. Relaciona cada astro con su definición.**

- |            |  |
|------------|--|
| Estrella • | • Astro sin luz y de pequeño tamaño que gira alrededor de un planeta.          |
| Galaxia •  | • Astro sin luz y de gran tamaño que gira alrededor de una estrella.           |
| Planeta •  | • Gran conjunto de estrellas y planetas.                                       |
| Satélite • | • Astro formado por hielo y trozos de roca que gira alrededor de una estrella. |
| Cometa •   | • Astro con luz propia.  |

**2. Nombra todos los componentes del Sistema Solar.**

**3. El mayor planeta del Sistema solar es:**

- a) Marte
- b) Júpiter.
- c) Saturno.

**4. ¿Cuál de los siguientes planetas es gaseoso?**

- a) Venus.
- b) Tierra.
- c) Urano.

**5. ¿Cómo se llaman los movimientos de la Tierra?**

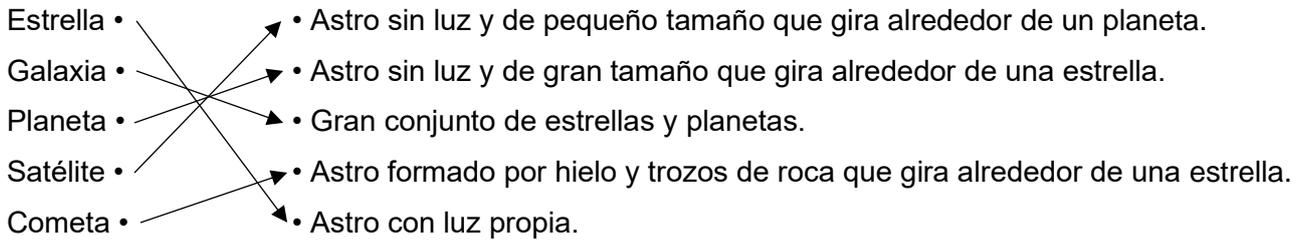
**6. Define brevemente los siguientes conceptos:**

- a) Movimiento de traslación:
- b) Movimiento de rotación:
- c) Solsticio:
- d) Equinoccio:

**7. ¿Qué son las mareas?**

## **SOLUCIONES**

### **1. Soluciones:**



### **2. Soluciones:**

El Sol, ocho planetas, cuatro rocosos (Mercurio, Venus, Tierra y Marte) y cuatro gaseosos (Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno), los satélites de estos (como la Luna), planetas enanos (como Plutón), asteroides y cometas.

### **3. Solución:**

El mayor planeta del Sistema solar es: Júpiter.

### **4. Solución:**

Urano.

### **5. Soluciones:**

- Rotación: Movimiento de la Tierra sobre si misma alrededor de un eje.
- Traslación: Movimiento de la Tierra alrededor del Sol.

### **6. Soluciones:**

- a) Movimiento de traslación: La Tierra se mueve alrededor del Sol, impulsada por la gravitación, en 365 días aproximadamente.
- b) Movimiento de rotación: Cada 24 horas la Tierra da una vuelta completa alrededor de su eje.
- c) Solsticio: Ocurre cuando el sol se encuentra más cerca o más lejos de uno de los hemisferios terrestres, aumentando la duración del día en una parte del mundo, y disminuyendo su duración en la otra.
- d) Equinoccio: Es cuando el sol se encuentra sobre la línea ecuador, por lo que el día y la noche en ambos hemisferios tienen la misma duración.

### **7. Solución:**

La marea es el ascenso y descenso periódico de las aguas del mar. Se trata de un efecto producido por la atracción gravitatoria de la Luna y del Sol sobre el agua y la Tierra.

## UNIDAD DE APRENDIZAJE Nº 9: ELECTRICIDAD. EL UNIVERSO. GEOLOGÍA.

### TEMA 8. ROCAS Y MINERALES. PROCESOS GEOLÓGICOS INTERNOS Y EXTERNOS, SUS RIESGOS NATURALES. FORMACIÓN DEL RELIEVE Y EL PAISAJE.

#### 1. LAS ROCAS.

Las *rocas* que constituyen la corteza de la Tierra se forman a partir de los diferentes procesos geológicos, tanto externos como internos (*volcanes, sedimentación en los ríos, transformaciones de otras rocas, etc.*)

Las **rocas** son agregados naturales formados por granos de un solo mineral o de varios minerales diferentes.

#### Propiedades de las rocas

Las rocas se pueden identificar según sus propiedades, algunas de las más importantes son:

- La **forma en la que aparecen en la naturaleza**, como, por ejemplo, formando capas llamadas *estratos*, en *bloques* o en *coladas de lava*.
- La **composición**, que es el tipo de minerales que contienen. Pueden estar formadas por un solo mineral, como la caliza, o por varios minerales, como el granito.
- La **textura**, que es la forma en la que se disponen los minerales en la roca observada a simple vista o con el microscopio. Algunos ejemplos de textura son: *granuda*, si se observan cristales de minerales de diferentes tamaños y colores; *vítrea*, si no se observan cristales a simple vista...

Las *rocas* se clasifican según su proceso de formación en tres grandes grupos: *rocas magmáticas, rocas metamórficas* y *rocas sedimentarias*.

- **Rocas magmáticas**: Proceden de la solidificación del *magma*, una masa fundida de otras rocas mezcladas con agua y gases del interior de la Tierra. Según el lugar de formación se clasifican en:

- **Rocas plutónicas**. El magma se enfría y solidifica lentamente en el interior de la corteza. El enfriamiento lento hace que los minerales puedan formar



Granito.



Basalto.

- **Rocas volcánicas**. El magma sale a la superficie y origina lava, que se enfría y solidifica rápidamente. Los cristales tienen menos tiempo para formarse, por lo que son muy pequeños o no llegan a formarse. Por ejemplo, el *basalto*.
- **Rocas metamórficas**: Las *rocas metamórficas* son rocas formadas por la modificación de otras preexistentes en el interior de la Tierra mediante un proceso llamado **metamorfismo**. Estas rocas se originan cuando son sometidas a presiones y a temperaturas altas o a

esfuerzos tectónicos en el interior de la corteza. Bajo estas condiciones, los minerales de la roca original se transforman en otros diferentes, dando como resultado una nueva roca diferente de la inicial. Atendiendo al tipo de *metamorfismo* que las origina, se clasifican en dos grandes grupos:

- **Rocas metamórficas foliadas.** Estas rocas se han formado en procesos de metamorfismo cuyo factor dominante es la presión. Los minerales que las originan están orientados y presentan *foliación*, es decir, disposición paralela de los minerales en láminas, lo que les da un aspecto en forma de hojaldre. Un ejemplo es la *pizarra*.
- **Rocas metamórficas no foliadas.** Las *rocas no foliadas* se suelen originar en procesos del metamorfismo cuyo factor determinante son las altas temperaturas. Por esta razón, los minerales que las forman tienen cristales grandes, regulares y no presentan orientación. Un ejemplo es el *mármol*.



Pizarra



Mármol

- **Rocas sedimentarias:** las *rocas sedimentarias* se forman a partir de rocas preexistentes de cualquier tipo cuya erosión da lugar a *sedimentos*, que se depositan lentamente en el fondo de los océanos, mares o lagos, formando capas horizontales superpuestas denominadas *estratos*, en las denominadas *cuencas sedimentarias*. Los sedimentos se van compactando por el peso que ejercen sobre ellos los materiales que se acumulan encima y cementados por la precipitación de sales minerales. Como resultado de este proceso, los *sedimentos* se transforman en rocas. Según el origen de los sedimentos pueden ser:

- **Rocas detríticas.** Estas rocas proceden de fragmentos de distintos tamaños originados por la erosión de las rocas superficiales. Son *rocas detríticas* los *conglomerados*, las *arenas* y las *arcillas*.
- **Rocas no detríticas.** Estas rocas se originan por la precipitación en el fondo de una cuenca sedimentaria de sustancias disueltas en el agua o por la acumulación de restos de organismos. Son *rocas no detríticas* las *calizas*, las *dolomías* y las *evaporitas*.



Caliza

## 2. LOS MINERALES.

Un **mineral** es una sustancia sólida, inorgánica, de origen natural, existente en la corteza terrestre, que tiene una composición química definida y presenta una estructura cristalina. Un *mineral* puede estar formado por uno o varios elementos químicos. Por ejemplo, la *pirita* es un mineral compuesto por hierro y azufre.



### Características de los minerales

1. Son **sólidos e inorgánicos**, es decir, no proceden de los seres vivos.

2. Su origen es **natural**, no son fabricados por el ser humano.
3. Tienen una **composición química definida**, que se puede expresar mediante una fórmula.
4. Tienen una **estructura cristalina**. Sus átomos están ordenados con una disposición regular en el espacio.

Los *minerales* se clasifican en:

- **Minerales silicatados.** Sustancias compuestas de silicio (Si) y oxígeno (O), acompañadas por otros elementos como el hierro, el magnesio o el aluminio. Como, por ejemplo, el *cuarzo*, el *olivino* o la *moscovita*.
- **Minerales no silicatados.** Sustancias que no tienen silicatos en su composición. Como, por ejemplo, el *yeso*, el *corindón* o la *calcita*.



### Propiedades de los minerales

- El **color de la superficie**. Algunos minerales tienen siempre el mismo color, por ejemplo, la azurita tiene color azul. Sin embargo, en otros casos, el color del mineral puede no coincidir con el color de la superficie.
- El **brillo** es el aspecto que presenta la superficie del mineral al reflejar la luz. Por ejemplo, brillo metálico, como el de la *galena*.
- La **forma**. Cuando la forma externa del mineral es regular, con caras, aristas y vértices, el mineral se denomina *crystal*.
- La **dureza**. Es la resistencia que ofrece la superficie del mineral a ser rayado. Se mide mediante la *escala de Mohs*.
- La **exfoliación**. Se produce cuando un mineral se rompe de forma regular, siguiendo planos o figuras poliédricas. Por ejemplo, la exfoliación en láminas de la *mica* o en cubos de la *halita*.

## 2.1. USO DE LOS MINERALES.

Algunos minerales son especialmente útiles para los seres humanos porque de ellos se extraen sustancias que tienen aplicaciones en la industria.

Los minerales con interés económico se pueden encontrar en zonas denominadas **yacimientos**, que son las zonas de la corteza terrestre en las que hay concentraciones explotables de recursos de la geosfera.

Los minerales son una fuente importante de recursos, pero *no son renovables* y, para evitar que se agoten, debemos hacer una extracción y un uso adecuado de ellos, procurando, siempre que sea posible, el reciclado de los materiales.

Utilizamos, sobre todo, los **crystal**, los **minerales no metálicos** de uso industrial y los **minerales metálicos**.

### Uso de los crystal

Los **cristales** de algunos minerales tienen distintas aplicaciones industriales y comerciales.

Algunas de ellas son:

- La **joyería**. Los cristales de minerales, como el *diamante*, el *rubí*, el *zafiro* o la *esmeralda*, por su belleza y escasez, alcanzan un gran valor en joyería.
- La **electrónica**. Algunos cristales tienen propiedades eléctricas, sobre todo los de *cuarzo*, y se utilizan en pantallas de cristal líquido o placas solares fotovoltaicas.
- La **óptica**. Los cristales de *fluorita* se emplean para fabricar lentes de gran calidad.



### Uso de los minerales no metálicos

De los **minerales no metálicos** se extraen materias primas muy diversas con uso industrial.

Algunas de ellas son:

- Del *cuarzo* se obtienen el vidrio y un material llamado sílice, con el que se fabrican ordenadores, placas solares, etc.
- De la *halita* se extrae la sal común.



Sal común

### Uso de los minerales metálicos

Todos los metales que utilizamos proceden de ciertos minerales que los contienen en su composición y de los que resulta relativamente fácil extraerlos. Estos minerales se llaman *menas metálicas*. Algunas de ellas son:

- La *magnetita* y el *oligisto* de los que se extrae hierro, utilizado en la fabricación del acero.
- La *calcopirita* de la que se extrae cobre, utilizado en la fabricación de cables y en aleaciones.
- La *bauxita* de la que se extrae aluminio, empleado en la construcción y en la industria automovilística.



## 3. FÓSILES.

Los **fósiles** son restos de organismos (animales y plantas) o de su actividad biológica que se han petrificado mediante procesos químicos y geológicos y que se encuentran en los estratos de las rocas sedimentarias de la corteza terrestre.



Estos restos de organismos de épocas pasadas tienden a conservarse adheridos a rocas sedimentarias y nos muestran cómo eran los habitantes de la Tierra hace millones de años e incluso cuáles eran sus costumbres gracias a los fósiles en los que se ha dejado grabado el rastro de actividad en ellos. Las huellas que deja un organismo pueden convertirse en *fósiles*.

La ciencia que estudia a los fósiles se llama **paleontología** y una de las especialidades dentro de esta disciplina es la **tafonomía**, que se dedica al estudio de los *fósiles* y de los procesos implicados en su formación.

Generalmente fosilizan las partes duras o mineralizadas de los organismos; como conchas de caracoles, caparazones de artrópodos, esqueleto de vertebrados o de estrellas de mar, etc. Las partes blandas se desintegran y descomponen rápidamente, y difícilmente fosilizan.

El proceso que da lugar a la producción de un *fósil* se denomina **fosilización**. Es un proceso complejo que solo se dan cuando ocurren ciertas características químicas que permiten que el organismo o parte de él se conserve.

### **Proceso de fosilización**

No todos los organismos muertos o extintos se convierten en fósiles. La *fosilización* es un proceso que no suele darse con frecuencia, porque después de la muerte de un organismo este comienza a descomponerse y luego emprende un proceso de putrefacción. En casos excepcionales y, sobre todo por condiciones ambientales diversas como la aparición de lava, pantano u otros fenómenos, se puede producir la fosilización.

El **proceso de fosilización** es muy lento y existen distintos tipos. Uno de los más representativos es la **permineralización o petrificación**, un proceso que comienza cuando los restos de un organismo se cubren de sedimento, lo que los protege de las inclemencias del clima y del paso del oxígeno. Es importante mencionar que solamente se suelen fosilizar las partes duras del organismo como dientes, huesos y caparazones, y las partes blandas se desintegran. Una vez eliminadas las partes blandas, los minerales presentes en el sedimento ocupan estos huecos y permiten la fosilización.

También existen las llamadas **trazas fósiles**, que son los registros o marcas que deja un animal aún con vida, como las huellas o los senderos. El estudio de estas huellas es fundamental para la paleontología ya que permite conocer características e información de los seres que habitaron el planeta Tierra.

En otros casos, puede ocurrir la *fosilización* del organismo completo, cuando se conserva bajo hielo o queda atrapado en ámbar (resina de los vegetales que se fosiliza y puede atrapar pequeños organismos como insectos o arañas).

## **4. FORMACIÓN DEL RELIEVE Y EL PAISAJE.**

El **paisaje** está constituido por el terreno que se puede ver desde un lugar y por el resto de elementos que se observan.

En un *paisaje* podemos observar distintos elementos que forman parte de él. Los más importantes son:

- **Las formas de relieve.** Son las formas del terreno que podemos observar en la superficie terrestre, como las *montañas*, los *valles*, las *llanuras*, los *acantilados*, las *bahías*, las *playas*, etc. Las *formas de relieve* son el resultado del modelado que han realizado los *agentes geológicos*. Los **agentes geológicos** son todos los elementos de la naturaleza que modifican el relieve, como *el viento*, *los ríos*, *los glaciares*, *el mar*... la acción que realizan estos agentes es el **modelado del relieve**.

- **El tipo de vegetación.** Las plantas predominantes de una zona son un elemento fundamental en el paisaje.
- **La fauna.** Es el conjunto de animales que hay en un territorio concreto.
- **La presencia humana.** El ser humano realiza ciertas actividades que modifican el paisaje: cultivos, instalaciones para prácticas deportivas, edificaciones, industriales, explotaciones forestales, etc. Cuando la presencia humana prácticamente no ha modificado el paisaje, decimos que es un paisaje natural.
- **El tiempo meteorológico.** Está definido por las condiciones atmosféricas (viento, lluvia, temperatura...) que son habituales en él.

#### 4.1. LA FORMACIÓN DEL RELIEVE.

El **relieve** de la Tierra es el conjunto de formas y accidentes geográficos que presenta la superficie de la corteza terrestre.

La Tierra es un planeta geológicamente activo, gracias al calor que alberga en su interior y a la interacción de la energía del Sol con la atmósfera y la hidrosfera. Todo esto conlleva un cambio constante en el aspecto de la superficie de la Tierra.

La superficie de nuestro planeta presenta una gran variedad de formas del relieve. Todas ellas han sido modeladas gracias a la actividad geológica, unas a causa de *procesos internos*, como las cordilleras, otras gracias a la *actividad externa*, como los valles de los ríos. En la mayor parte de los casos, sin embargo, el relieve final se debe a la acción combinada de los dos tipos de actividad: la interna y la externa.

##### **Efectos de la dinámica interna**

La *actividad interna* del planeta es la que da lugar a las estructuras geológicas de más envergadura. Es el caso de las *grandes cordilleras*, aparecidas por la acción de la tectónica de placas, y de las *islas oceánicas* de origen volcánico, así como de los *volcanes* en los continentes. Estos últimos pueden llegar a generar relieves muy importantes e incluso dar lugar a grandes modificaciones de la superficie a causa de las erupciones. En el caso de volcanes, los cambios en la topografía son bruscos e instantáneos.

##### **Efectos de la dinámica externa**

Los **agentes geológicos externos** actúan sobre las estructuras generadas por la dinámica interna, modificándolas y dando lugar a nuevas formas del relieve mediante los procesos de *meteorización, erosión, transporte y sedimentación*.

La actuación de estos agentes en el relieve también puede provocar cambios bruscos, como los sufridos en la topografía durante una avenida en un torrente. En muchas ocasiones, estos cambios se producen muy lentamente y no son perceptibles para los seres humanos. Es el caso de la acción de los glaciares, del viento o del agua subterránea.

Atendiendo a su forma, existen relieves positivos, como las *montañas*, o relieves negativos, como los *valles*. Pero a largo plazo, los agentes geológicos externos tienden siempre a igualar el terreno, erosionando los relieves positivos y depositando materiales en los negativos.

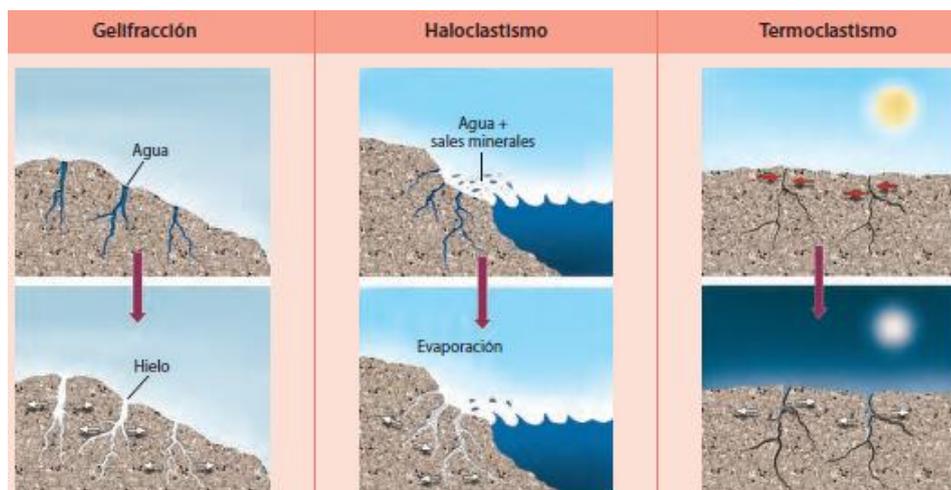
## 4.2. PROCESOS GEOLÓGICOS EXTERNOS.

La dinámica geológica externa se basa en cuatro procesos fundamentales llevados a cabo por los *agentes geológicos externos*. Estos procesos son la *meteorización*, la *erosión*, el *transporte* y la *sedimentación*. Cuando el material ya ha sedimentado, puede sufrir diversos procesos de transformación, llamados **diagénesis**, que dan lugar a *rocas sedimentarias compactas*.

### Meteorización

La **meteorización** es el conjunto de modificaciones que experimentan las rocas por efecto de los agentes geológicos externos, convirtiendo estas en materiales más débiles. Estos cambios sufridos por las rocas pueden deberse a procesos puramente *físicos*, a *reacciones químicas*, o bien, a la *acción de los seres vivos*. Por eso, se definen tres tipos de *meteorización*: la *meteorización física*, la *meteorización química* y la *meteorización biológica*.

- Meteorización física: Se produce a causa de las variaciones de la temperatura y de otros factores que pueden provocar que las rocas se rompan en fragmentos más pequeños sin alterar los minerales que la forman. Es característica de climas fríos, desérticos y de zonas costeras. Los principales tipos de *meteorización física* son:
  - **Gelifracción**. En zonas cercanas a los glaciares, el agua que está en las pequeñas grietas de la roca se congela, aumenta su tamaño y, tras repetir muchas veces el ciclo de hielo y deshielo, acaba por fracturar la roca.
  - **Haloclastismo**. En ambientes marinos, el agua que ocupa los poros y fisuras de las rocas se evapora dejando la sal. Al cristalizar, como su volumen es mayor, ejerce unas presiones que puede llegar a romper la roca.
  - **Termoclastismo**. Si las diferencias de temperatura entre el día y la noche son muy grandes, la roca se dilata y contrae continuamente. Como no todos los minerales que las forman se dilatan del mismo modo, la roca acaba por disgregarse. Este proceso es característico de zonas desérticas.



- Meteorización química: Debido a las reacciones químicas entre el agua o los gases atmosféricos y los minerales de la roca, se disgrega la roca provocando cambios en los minerales que la constituyen. Es característica del clima ecuatorial y templado húmedo.

Los principales procesos químicos son, entre otros:

- *Hidratación*. Es el proceso por el cual el agua se combina químicamente con un compuesto. Cuando las moléculas de agua se introducen a través de las redes cristalinas de las rocas se produce una presión que causa un aumento de volumen. Cuando estos materiales transformados se secan se produce el efecto contrario, se genera una contracción y se resquebrajan.
- *Hidrólisis*. Es la descomposición química de una sustancia por el agua, que a su vez también se descompone. En este proceso el agua se transforma en iones que pueden reaccionar con determinados minerales, a los cuales rompen sus redes cristalinas. Este es el proceso que ha originado la mayoría de materiales arcillosos que conocemos.
- *Carbonatación*: Consiste en la capacidad del dióxido de carbono para actuar por sí mismo, o para disolverse en el agua y formar ácido carbónico en pequeñas cantidades. El agua carbonatada reacciona con rocas cuyos minerales predominantes sean calcio, magnesio, sodio o potasio, dando lugar a los carbonatos y bicarbonatos.
- *Oxidación*: La oxidación se produce por la acción del oxígeno atmosférico disuelto en el agua sobre las rocas, como ocurre en aquellas que tienen un alto contenido en hierro.
- Meteorización biológica: Los seres vivos también pueden producir transformaciones en las rocas. Es el caso de las raíces de las plantas que crecen en terrenos rocosos y provocan su fragmentación, o incluso, de algunos animales de hábitos subterráneos como topos, lombrices, termitas... que favorecen la disgregación de los materiales y, especialmente, la actividad humana.



### Erosión

La **erosión** es el desgaste y rotura de las rocas superficiales por la acción de los *agentes geológicos externos*. El viento y el agua, en todas sus formas, erosionan la morfología del paisaje.

La **erosionabilidad** de las rocas es la facilidad con la que pueden erosionarse y depende del tipo de roca, y del grado de meteorización que presenten. Cuanto más meteorizadas están, más erosionables son.

La **erosividad** es la capacidad que tiene un agente geológico para erosionar los materiales, como un río, por ejemplo, que es más erosivo cuanto mayor es la velocidad del agua. Esta, a su vez, depende de la pendiente (a más pendiente, más velocidad) y de la sección del cauce (a menor sección, más velocidad).

### Transporte

El **transporte** es el proceso mediante el que los fragmentos erosionados se transportan hacia zonas más bajas. Lo puede realizar el mismo agente que erosionó u otro distinto. Por la

naturaleza de los agentes responsables, el transporte siempre lleva consigo *erosión*. Puede realizarse de diversas maneras, en función de la naturaleza del sedimento y de la energía del medio de transporte.

- El **transporte aéreo** es llevado a cabo por el viento. Puede ser por *rodadura*, cuando los granos de sedimento ruedan por la superficie; por *saltación*, cuando las partículas se desplazan dando pequeños saltos al colisionar entre ellas; o por *suspensión*, cuando la velocidad del viento es elevada o las partículas transportadas son pequeñas.
- En el **transporte acuático** se dan los mismos procesos que en el aéreo, es decir, *rodadura*, *saltación* o *suspensión*, además de la *flotación*, que afecta a las partículas menos densas que el agua.
- En el **hielo**, los sedimentos se transportan incrustados en él, independientemente de su tamaño.

### **Sedimentación**

La **sedimentación** es un proceso que consiste en el depósito de los materiales transportados en zonas bajas de los continentes y, sobre todo, en los océanos. La zona del medio sedimentario donde se produce la *sedimentación* recibe el nombre de **cuenca sedimentaria**.

Los depósitos acumulados dan lugar a **sedimentos**, dispuestos en capas generalmente horizontales, denominadas *capas* o *estratos*. Después de millones de años los estratos darán lugar a las *rocas sedimentarias* mediante un proceso conocido como *litificación* o *diagénesis*.

Los *procesos geológicos externos* destruyen el relieve, ya que contribuyen a erosionar las zonas altas de los continentes, transportando los materiales y acumulándolos en las zonas bajas, y el paisaje se modifica.

### **4.3. PROCESOS GEOLÓGICOS INTERNOS.**

Los **procesos geológicos internos** se deben a la **energía interna de la Tierra**. El principal agente es el movimiento de las *placas litosféricas*. Como consecuencia de ello, se originan *volcanes*, *terremotos*, *formación de cordilleras* y el *movimiento de continentes y océanos*. Su actuación cambia la superficie terrestre originando un relieve desigual.

La manifestación de los *agentes internos* se realiza con movimientos lentos (orogénicos) o bruscos (seísmos y volcanes), que así mismo darán origen a la formación de nuevos minerales y rocas.

#### **4.3.1. MANIFESTACIONES DE LA ENERGÍA INTERNA DE LA TIERRA.**

Los *procesos geológicos internos* ocurren por dos factores:

- **Calor interno de la Tierra:** La energía que se desprende en la desintegración de elementos radiactivos presentes en el núcleo terrestre provoca un aumento de la temperatura; la temperatura generada calienta la parte inferior del manto, haciendo menos densos los materiales y provocando su ascenso. Al mismo tiempo, los materiales superficiales del manto, más fríos y densos,



descienden. El ascenso y descenso de materiales establece una circulación constante denominada **corrientes de convección**.

- **Gravedad:** Permite la formación de las *corrientes de convección*, haciendo que los materiales más fríos y densos puedan descender a capas profundas del manto terrestre.

Los **terremotos** y los **volcanes** son las manifestaciones más claras que podemos observar de la energía interna de la Tierra. Son los agentes que provocan los *procesos geológicos internos*.

### Terremotos o sismos

La corteza terrestre, tanto la oceánica como la continental, está dividida en distintos fragmentos denominados **placas tectónicas**, las cuales se encuentran en un movimiento lento y continuo. Estas se encuentran entre 50 y 100 km bajo la superficie terrestre. Estas placas pueden separarse, colisionar o friccionar entre ellas.

Los terremotos se producen por desplazamientos bruscos de grandes fracturas de la corteza terrestre llamadas **fallas**.

El **foco o hipocentro** es el lugar de la *falla* donde se inicia el terremoto. El **epicentro** es el lugar de la superficie terrestre situado justo encima del *hipocentro*. El movimiento de las placas libera energía en forma de **ondas sísmicas** que se transmiten tanto por el interior de la corteza terrestre como por el exterior, provocando los daños de la superficie.



Cuando se originan muchos temblores se dice que hay **actividad sísmica**. Ésta se mide haciendo uso de la *Escala de Richter* o bien la *Escala de Mercalli*.

Los encargados de estudiar los *seísmos* o *terremotos* son los *sismólogos*. Éstos pueden detectar cualquier vibración en la tierra por muy leve que sea a través de un **sismógrafo**. Todas esas vibraciones quedan registradas gracias a unas agujas que trazan líneas discontinuas cuando hay vibraciones. Si no las hay estas líneas son rectas.

Hay *estaciones sismográficas* ubicadas en el mundo y cuando se perciben *ondas sísmicas*, se comparan las ondas y el tiempo que han tardado en recibirlos las demás estaciones. Esto permite que los científicos puedan determinar el lugar donde se produjo el *seísmo* y también la magnitud.

### Volcanes

Los **volcanes** son conductos u orificios por los que sale al exterior el **magma** generado en el interior terrestre. La **cámara magmática** es el lugar donde el *magma* se acumula y la **chimenea** es el conducto por el que este sale al exterior. La *chimenea* desemboca en el **cráter** u orificio de salida del *magma*.



En muchos casos, a medida que el *magma* fluye al exterior, se va depositando y genera una elevación que recibe el nombre de **cono volcánico**. Cuando el *magma*, formado por roca fundida y gases disueltos, sale al exterior, se denomina **lava**.

La composición del *magma*, así como de la *lava* que surge en las erupciones, puede variar mucho dependiendo de los materiales que la forman. En función de la composición varía también su viscosidad, condicionando el tipo de erupción volcánica.

Los materiales que emite un volcán en una erupción se clasifican según su estado físico:

- **Gases volcánicos:** Principalmente se desprende vapor de agua, pero también emiten *dióxido de carbono* y gases derivados del azufre. El *dióxido sulfúrico* forma parte de los causantes del enfriamiento del globo terrestre, mientras que el *dióxido de carbono* volcánico acelera el proceso del calentamiento global. En resumen, las *actividades volcánicas* forman parte del impacto del fenómeno del *cambio climático*.
- **Lava:** Roca fundida de composición variable dependiendo de las rocas a partir de las cuales se haya formado.
- **Piroclastos:** Materiales sólidos de tamaño variable, de menor a mayor tenemos *cenizas*, *lapilli* y *bombas volcánicas*.

Las **erupciones volcánicas** pueden ser muy diferentes debido a la viscosidad del magma presente en la cámara magmática. Según su composición variará la violencia de la erupción, los materiales desprendidos y la forma del cono volcánico. Según las características de la erupción, los volcanes se clasifican en:

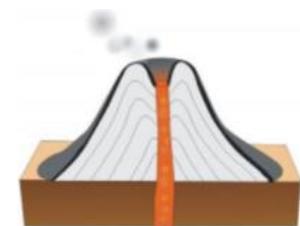
1. **Volcán hawaiano:** Tienen un magma muy fluido, por lo que el gas sale fácilmente y sus erupciones son muy tranquilas. Su cono es muy grande y aplanado.
2. **Volcán estromboliano:** Su magma es más viscoso y producen erupciones más violentas. Su cono es más esbelto, formando la típica forma de volcán.
3. **Volcán vulcaniano:** La lava se caracteriza por ser muy viscosa y con enormes cantidades de gas. En este caso, se trata de erupciones muy violentas que pueden llegar a destruir al mismo volcán en el cual se desarrollan.
4. **Volcán peleano:** Tienen el magma más viscoso, dificultando la salida de los gases y provocando erupciones muy explosivas.

Los *volcanes* según su actividad se pueden clasificar en:

- **Volcanes activos.** Son aquellos volcanes que permanecen en estado de latencia y pueden erupcionar en cualquier momento. Esto ocurre con la mayoría de los volcanes, pero como ejemplos podemos citar el *volcán de Cumbre Vieja*, en la isla de La Palma, España o el *volcán Etna* en Sicilia, Italia.



HAWAIANO



ESTROMBOLIANO



VULCANIANO



PELEANO

- **Volcanes inactivos.** También llamados durmientes, son volcanes que mantienen un mínimo de actividad. A pesar de su baja actividad, en ocasiones puede llegar a erupcionar. Un volcán se considera inactivo cuando ha pasado siglos sin erupciones volcánicas. El *volcán de Teide* en las Islas Canarias de España y el súper *volcán de Yellowstone* en Estados Unidos, son ejemplos de volcanes inactivos.
- **Volcanes extintos.** Son volcanes en los cuales su última erupción data más de 25.000 años. También se denomina así, aquellos volcanes que los movimientos tectónicos los han desplazado de su fuente de magma. El *volcán Cabeza de Diamante* en Hawái es un ejemplo de volcanes extintos.

### Tectónica de placas

Los *terremotos* y los *volcanes* no se producen de forma accidental ni ocurren en cualquier zona, ambos se concentran en regiones específicas que coinciden con los *bordes* de las denominadas *placas litosféricas*. La *litosfera* es la capa rígida más superficial de la Tierra que está fragmentada debido al movimiento de las *corrientes de convección* que se producen en el manto.

Las **corrientes de convección** van desplazando las **placas litosféricas**, lo que provoca que rocen entre sí, choquen o se separen, generando con ello los *terremotos*, los *volcanes* y diferentes *formaciones del relieve oceánico y terrestre*:

Tipos de límites de placas	Características
Divergentes	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Las placas se separan.</li> <li>• Se crea nueva litosfera.</li> <li>• Se forman dorsales oceánicas.</li> </ul>
Convergentes	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Las placas se aproximan y colisionan entre sí.</li> <li>• Se destruye la litosfera.</li> <li>• Se forman volcanes, cordilleras y fosas oceánicas.</li> </ul>
Transformantes	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Las placas rozan de forma lateral.</li> <li>• La fricción ni crea ni destruye litosfera.</li> <li>• Se forman fallas transformantes y se producen terremotos.</li> </ul>

En España hay dos *áreas volcánicas* bien diferenciadas:

- **España insular:** *Islas Canarias* e *Islas Columbretes* (en el Mediterráneo).
- **España continental:** La *Garrocha* (Gerona), *Campo de Calatrava* (Ciudad Real) y *Cabo de Gata* (Almería) - *Jumilla* (Murcia).



Vulcanismo canario: Teide.



Vulcanismo mediterráneo: Islas Columbretes.



Volcán Croscat, en La Garrotxa, es el volcán más alto de la Península Ibérica, con 786 m sobre el n.m..



Volcán "Cabezo Pardo", junto al aeropuerto de Ciudad Real, en el Campo de Calatrava.

## 5. LOS RIESGOS GEOLÓGICOS.

Se define **riesgo** como la probabilidad de que ocurra un proceso o evento que cause daños personales (heridas, enfermedades o muerte), pérdidas económicas o daños al medio ambiente.

El **riesgo geológico** es aquel riesgo provocado por cualquier proceso geológico (interno o externo) capaz de producir daños materiales y/o personales. Se puede valorar el riesgo de la siguiente manera:

**Riesgo geológico = Peligrosidad x Vulnerabilidad**

- **Peligrosidad:** Probabilidad de que ocurra una amenaza en un lugar determinado.
- **Vulnerabilidad:** Valor de los daños humanos y materiales que ocasione la amenaza.

Los *riesgos geológicos* son los que causan mayores catástrofes naturales y con el fin de poder actuar de forma preventiva y minimizar el impacto de estos peligros tanto de las personas como de bienes, es necesario conocer su comportamiento y su distribución en el territorio.

Los *riesgos geológicos* se clasifican en tres grupos:

- Los originados directamente por la **dinámica de los procesos geológicos internos** (*volcanes, terremotos y tsunamis*).
- Los derivados directamente de la **dinámica de los procesos geológicos externos** (*inundaciones, deslizamientos, desprendimientos, hundimientos y aludes*).
- Los *riesgos geológicos inducidos* son provocados por la intervención y modificación directa del ser humano sobre el medio geológico o la dinámica de diversos procesos geológicos naturales.

Cada uno de los riesgos se estudia con el propósito de determinar sus causas, su alcance y evaluar su peligrosidad, con el fin de establecer medidas preventivas o correctivas para evitar y/o minimizar el riesgo.

### 5.1. RIESGO SÍSMICO.

Un *terremoto o seísmo* es la vibración de la Tierra producida por la liberación brusca de la energía elástica almacenada en las rocas cuando se produce su ruptura tras haber estado sometidas a grandes esfuerzos.

Las rocas sometidas a esfuerzos pueden sufrir deformaciones elásticas y acumulan durante años la energía elástica hasta un cierto límite, por encima del cual, se supera la resistencia del material. Entonces se fracturan, originando una *falla* y, a la vez, se libera en segundos la energía almacenada en ellas.

La fuerza de un terremoto se puede valorar utilizando dos medidas diferentes:

- **Magnitud:** Mide la energía liberada en el hipocentro de un terremoto, utilizando la *escala de Richter*, que es una escala logarítmica, es decir, que el aumento de una unidad en la escala supone un incremento de 10 veces la energía liberada.
- **Intensidad:** Mide los daños causados por un terremoto en un lugar determinado. Se utiliza la *Escala Macrosísmica Europea (EMS-98)*.

Teniendo en cuenta los dos conceptos, un terremoto que tenga la misma *magnitud* puede tener *intensidades* diferentes según el lugar en el que se produce: no es lo mismo que ocurra en una ciudad o en un bosque, que ocurra en la tierra o en el fondo marino (tsunami), o bajo un rascacielos o bajo una central nuclear.

La **peligrosidad sísmica** depende, principalmente, de la magnitud y de la intensidad de un terremoto o un tsunami. Estos factores están directamente relacionados con la liberación de energía en el marco de la tectónica de placas.

Un *terremoto* puede ocasionar numerosos daños: *daños en edificios y en infraestructuras civiles, rotura de presas, rotura de conducciones de gas y de agua, tsunamis, muerte de personas y animales, etc.*

## 5.2. RIESGO VOLCÁNICO.

Los *volcanes* son un *riesgo geológico natural*, ya que pueden causar muerte y destrucción.

Debido a los diferentes *tipos de erupción*, de *volcanes* y de *composición del magma*, los **riesgos volcánicos** son muy variados como las **explosiones volcánicas**, la cantidad de **nubes de cenizas** que expulsa, la **colada de lava formada**, el **material piroclástico arrojado**, las **emisiones de gases tóxicos**, etc.

La distribución geográfica de los *volcanes* no es aleatoria, sino que está relacionada con los límites de placas tectónicas. Debido a ello, también tendremos en cuenta si el volcán se encuentra próximo a una zona habitada o no.

La **peligrosidad volcánica** depende, principalmente, del mecanismo eruptivo y del volumen de materiales expulsados a la superficie. La **magnitud de los peligros eruptivos** se calcula a partir de dos parámetros:

- **Índice de fragmentación (F)**, es la proporción de *piroclastos* de tamaño inferior a 1 mm (cenizas) en un punto. Dicho tamaño depende de la explosividad: cuanto mayor es esta, mayor fragmentación del magma.
- **Índice de dispersión (D)**, es el área cubierta por el depósito *piroclástico* en una región concreta. A mayor explosividad, mayor altura de la columna piroclástica y, en consecuencia, mayor alcance de los depósitos piroclásticos de caída

Los volcanes producen un impacto sobre los recursos y sobre los habitantes de la zona en la que sucede la erupción volcánica. Durante una erupción volcánica se altera la calidad de los recursos naturales como el aire, el suelo y el agua en los ecosistemas de la zona de riesgo volcánico, principalmente por la emisión de gases y cenizas.

El vapor de agua emitido durante la erupción aumenta la humedad en la zona. Esto contribuye, junto con las emisiones de gases, a la formación de lluvia ácida y de una capa gaseosa densa que impide la penetración de la luz solar. Las aguas superficiales de lagos, ríos y arroyos presentan un alto riesgo de contaminación por precipitaciones de cenizas. La lluvia ácida quema la vegetación y deja el suelo inutilizable durante varios meses. Los gases emitidos por la erupción volcánica pueden ser irritantes, asfixiantes y si se mezclan con las cenizas pueden ser mortales.

Las coladas pueden provocar incendios y destrucción de viviendas, infraestructuras civiles y suministros de gas, electricidad y agua.

## 5.3. PREDICCIÓN Y PREVENCIÓN SÍSMICA Y VOLCÁNICA.

La **predicción** y la **prevención** ayudan a reducir el riesgo sísmico y volcánico.

## Predicción y prevención frente a terremotos

Pese a conocer aproximadamente en qué zonas ocurren los terremotos, no es posible predecir de forma exacta cuándo tendrán lugar. No existe actualmente ningún método capaz de predecir el tiempo, lugar y magnitud de un terremoto. Sólo se puede hablar de probabilidades de ocurrencia. Esta dificultad radica en el comportamiento no lineal y bastante caótico que tienen los movimientos sísmicos.

Por tanto, se trata de aplicar **medidas de prevención** que permitan evitar o reducir los efectos de un terremoto:



- Realizar mediciones de la tensión acumulada en los bloques de una *falla* y observar si se producen microfracturas para deducir si el seísmo está próximo.
- Elaboración de mapas de riesgo sísmico.
- Establecimiento de normas para la construcción de viviendas e infraestructuras civiles en zonas de riesgo sísmico. La aplicación de soluciones técnicas es un buen instrumento de protección frente a la actividad sísmica.
- Educación frente a terremotos. La educación de la población es una buena medida preventiva de los daños que pueden ocasionar los terremotos.

En España, el **Instituto Geográfico Nacional (IGN)** es responsable de la *Red Sísmica Nacional* y de los sistemas de detección y comunicación de los movimientos sísmicos en tiempo real, además de coordinar la normativa de construcción sismorresistente para minimizar el riesgo en las zonas con actividad sísmica importante.

## Predicción y prevención frente a volcanes

En cuanto a la **predicción volcánica**, existen indicios que nos ayudan a predecir una erupción inminente, estudiando las señales de que el magma se está acumulando bajo el volcán, analizando la ascensión del magma a través de la chimenea o por el estudio de la emisión de gases volcánicos previos a una erupción volcánica.



Los indicadores más comunes de reactivación volcánica son:

- Inicio o aumento de terremotos que se detectan en la red de sismógrafos.
- Cambios en la topografía del terreno. Por ejemplo, abombamiento del terreno demostrado con datos de GPS.
- Cambios en la composición y tasa de emisión de gases (principalmente, dióxido de carbono y dióxido de azufre).
- Aumento de la temperatura del agua de los pozos.
- Cambios inusuales de la gravedad o del campo magnético.

Algunas de **medidas de prevención** que se pueden adoptar para evitar o reducir los efectos de un volcán son estas:

- Elaborar mapas de peligrosidad y riesgo que analicen la probabilidad de que se produzca un seísmo en una zona determinada.
- Desviar las corrientes de lava hacia lugares deshabitados.
- Evacuación de la población si existe riesgo.
- Contratación de seguros que cubran la pérdida de propiedades.
- Evitar las construcciones en las zonas de mayor riesgo .
- Sistemas de alarma que avisen a la población de un posible riesgo. La población debe conocer cómo realizar una evacuación rápida en caso de erupciones volcánicas.

## RESUMEN DEL TEMA 8

### 1. LAS ROCAS.

Las **rocas** son agregados naturales formados por granos de un solo mineral o de varios minerales diferentes.

#### Propiedades de las rocas

Las rocas se pueden identificar según sus propiedades, algunas de las más importantes son:

- La **forma en la que aparecen en la naturaleza**, como, por ejemplo, formando capas llamadas estratos, en bloques o en coladas de lava.
- La **composición**, que es el tipo de minerales que contienen. Pueden estar formadas por un solo mineral, como la caliza, o por varios minerales, como el granito.
- La **textura**, que es la forma en la que se disponen los minerales en la roca observada a simple vista o con el microscopio. Algunos ejemplos de textura son: *granuda*, si se observan cristales de minerales de diferentes tamaños y colores; *vítrea*, si no se observan cristales a simple vista...

Las *rocas* que constituyen la corteza de la Tierra se forman a partir de los diferentes procesos geológicos, tanto externos como internos. En función de su origen, estas rocas se clasifican en tres grandes grupos:

- **Rocas magmáticas.** Se forman a partir de una masa fundida de otras rocas mezcladas con agua y gases del interior de la Tierra, llamado *magma*, que puede solidificar rápidamente en los *procesos volcánicos* o lentamente durante los *procesos plutónicos*. Algunas de las rocas magmáticas más importantes son el *granito*, de origen plutónico, o el *basalto*, de origen volcánico.
- **Rocas metamórficas.** Aparecen cuando rocas de cualquier tipo quedan expuestas a temperaturas y presiones elevadas o esfuerzos tectónicos y sufren transformaciones físicas y químicas, cambiando su estructura y su composición. Algunas rocas metamórficas son la *pizarra*, la *cuarcita* o el *mármol*.
- **Rocas sedimentarias.** Se forman a partir de rocas preexistentes de cualquier tipo cuya erosión da lugar a *sedimentos* que se depositan y sufren un conjunto de procesos que dan lugar a la formación de rocas sedimentarias a partir de estos sedimentos (*diagénesis*). Las rocas sedimentarias pueden tener un origen físico o un origen químico. En el primer caso, se originan las *rocas detríticas*, formadas a partir de partículas sólidas, como el *conglomerado* o la *arenisca*. La *caliza*, el *yeso* o las *sales* son ejemplos de rocas de origen químico, formadas a partir de sedimento disuelto.

### 2. LOS MINERALES.

Un **mineral** es una sustancia sólida, inorgánica, de origen natural, existente en la corteza terrestre, que tiene una composición química definida y presenta una estructura cristalina. Un

*mineral* puede estar formado por uno o varios elementos químicos. Por ejemplo, la *pirita* es un mineral compuesto por hierro y azufre.

Los *minerales* se clasifican en:

- **Minerales silicatados.** Sustancias compuestas de silicio (Si) y oxígeno (O), acompañadas por otros elementos como el hierro, el magnesio o el aluminio. Como, por ejemplo, el *cuarzo*, el *olivino* o la *moscovita*.
- **Minerales no silicatados.** Sustancias que no tienen silicatos en su composición. Como, por ejemplo, el *yeso*, el *corindón* o la *calcita*.



### **Propiedades de los minerales**

- El **color de la superficie.** Algunos minerales tienen siempre el mismo color, por ejemplo, la *azurita* tiene color azul. Sin embargo, en otros casos, el color del mineral puede no coincidir con el color de la superficie.
- El **brillo** es el aspecto que presenta la superficie del mineral al reflejar la luz. Por ejemplo, brillo metálico, como el de la *galena*.
- La **forma.** Cuando la forma externa del mineral es regular, con caras, aristas y vértices, el mineral se denomina cristal.
- La **dureza.** Es la resistencia que ofrece la superficie del mineral a ser rayado. Se mide mediante la escala de Mohs.
- La **exfoliación.** Se produce cuando un mineral se rompe de forma regular, siguiendo planos o figuras poliédricas. Por ejemplo, la exfoliación en láminas de la *mica* o en cubos de la *halita*.

### **2.1. USO DE LOS MINERALES.**

Algunos minerales son especialmente útiles para los seres humanos porque de ellos se extraen sustancias que tienen aplicaciones en la industria.

Los minerales con interés económico se pueden encontrar en zonas denominadas **yacimientos**, que son las zonas de la corteza terrestre en las que hay concentraciones explotables de recursos de la geosfera.

Los minerales son una fuente importante de recursos, pero *no son renovables* y, para evitar que se agoten, debemos hacer una extracción y un uso adecuado de ellos, procurando, siempre que sea posible, el reciclado de los materiales.

Utilizamos, sobre todo, los **cristales**, los **minerales no metálicos** de uso industrial y los **minerales metálicos**.

#### **Uso de los cristales**

Los **cristales** de algunos minerales tienen distintas aplicaciones industriales y comerciales. Algunas de ellas son: la *joyería* (diamantes o rubíes), la *electrónica* (cuarzo) o la *óptica* (fluorita).



#### **Uso de los minerales no metálicos**

De los **minerales no metálicos** se extraen materias primas muy diversas con uso industrial. Por ejemplo, del *cuarzo* se obtienen el vidrio y un material llamado sílice, con el que se fabrican ordenadores, placas solares, etc. Y de la *halita* se extrae la sal común.



### Uso de los minerales metálicos

Todos los metales que utilizamos proceden de ciertos minerales que los contienen en su composición. Estos minerales se llaman *menas metálicas*. Por ejemplo, de la *magnetita* y el *oligisto* se extrae hierro, utilizado en la fabricación del acero. De la *calcopirita* se extrae cobre, utilizado en la fabricación de cables y en aleaciones. Y de la *bauxita* se extrae aluminio, empleado en la construcción y en la industria automovilística.



## 3. LOS FÓSILES.

Los **fósiles** son los restos de animales y plantas con más de 10.000 años de antigüedad, que están conservados en las rocas sedimentarias, en el ámbar o en el hielo. En la mayoría de los casos, se trata de seres vivos ya extintos y no suelen encontrarse fósiles del organismo completo, sino su esqueleto, cuernos, dientes o huellas.

Los *fósiles* son de gran importancia porque permiten conocer las características y el entorno de seres vivos que habitaron el planeta en otras eras geológicas.

Generalmente fosilizan las partes duras o mineralizadas de los organismos; como conchas de caracoles, caparazones de artrópodos, esqueleto de vertebrados o de estrellas de mar, etc. Las partes blandas se desintegran y descomponen rápidamente, y difícilmente fosilizan.

La ciencia que estudia a los fósiles se llama **paleontología** y una de las especialidades dentro de esta disciplina es la **tafonomía**, que se dedica al estudio de los *fósiles* y de los procesos implicados en su formación.

El proceso que da lugar a la producción de un fósil se denomina *fosilización*. La **fosilización** es un fenómeno excepcionalmente raro, ya que la mayoría de los componentes de los seres vivos tienden a descomponerse rápidamente después de la muerte. Es un proceso complejo que solo se dan cuando ocurren ciertas características químicas que permiten que el organismo o parte de él se conserve.

Uno de los **procesos de fosilización** más representativos es la *permineralización*. La **permineralización o petrificación** ocurre después del enterramiento, cuando los espacios vacíos en un organismo (espacios que en vida estaban llenos de líquido o gas) se llenan con agua subterránea, y los minerales que esta contiene precipitan, llenando dichos espacios.

## 4. FORMACIÓN DEL RELIEVE Y PAISAJE.

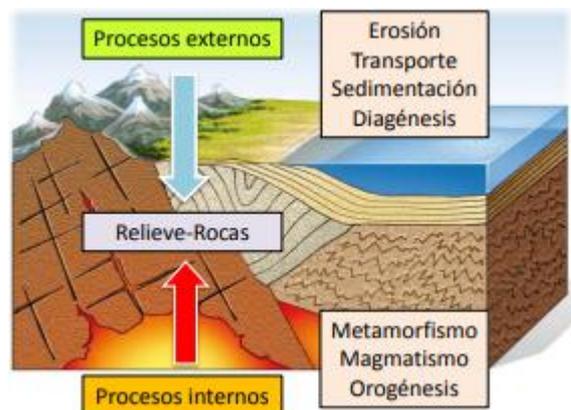
El **paisaje** está constituido por el terreno que se puede ver desde un lugar y por el resto de elementos que se observan. En un *paisaje* podemos observar distintos elementos que forman parte de él. Los más importantes son:

- **Las formas de relieve.** Son las formas del terreno que podemos observar en la superficie terrestre, como las *montañas*, los *valles*, las *llanuras*, los *acantilados*, las *bahías*, las *playas*, etc. Las *formas de relieve* son el resultado del modelado que han realizado los *agentes geológicos*. Los **agentes geológicos** son todos los elementos de la naturaleza que modifican el relieve, como *el viento*, *los ríos*, *los glaciares*, *el mar...* la acción que realizan estos agentes es el **modelado del relieve**.
- **El tipo de vegetación.** Las plantas predominantes de una zona son un elemento fundamental en el paisaje.
- **La fauna.** Es el conjunto de animales que hay en un territorio concreto.
- **La presencia humana.** El ser humano realiza ciertas actividades que modifican el paisaje: cultivos, instalaciones para prácticas deportivas, edificaciones, industriales, explotaciones forestales, etc. Cuando la presencia humana prácticamente no ha modificado el paisaje, decimos que es un **paisaje natural**.
- **El tiempo meteorológico.** Está definido por las condiciones atmosféricas (viento, lluvia, temperatura...) que son habituales en él.

#### 4.1. FORMACIÓN DEL RELIEVE.

El **relieve** es el conjunto de accidentes geográficos (montañas, valles, llanuras ...) que podemos contemplar en la superficie terrestre.

El *relieve* es el resultado de la acción conjunta de ambos tipos de *procesos geológicos*, *externos* e *internos*. Los **procesos geológicos internos** tienden a construirlo, mientras los **procesos geológicos externos** que tienden a modelarlo.



##### Efectos de la dinámica interna

La *actividad interna* del planeta es la que da lugar a las estructuras geológicas de más envergadura. Es el caso de las *grandes cordilleras*, aparecidas por la acción de la tectónica de placas, y de las *islas oceánicas* de origen volcánico, así como de los *volcanes* en los continentes. Estos últimos pueden llegar a generar relieves muy importantes e incluso dar lugar a grandes modificaciones de la superficie a causa de las erupciones. En el caso de volcanes, los cambios en la topografía son bruscos e instantáneos.

##### Efectos de la dinámica externa

Los **agentes geológicos externos** actúan sobre las estructuras generadas por la dinámica interna, modificándolas y dando lugar a nuevas formas del relieve mediante los procesos de *meteorización*, *erosión*, *transporte* y *sedimentación*.

La actuación de estos agentes en el relieve también puede provocar cambios bruscos, como los sufridos en la topografía durante una avenida en un torrente. En muchas ocasiones, estos cambios se producen muy lentamente y no son perceptibles para los seres humanos. Es el caso de la acción de los glaciares, del viento o del agua subterránea.

Atendiendo a su forma, existen relieves positivos, como las *montañas*, o relieves negativos, como los *valles*. Pero a largo plazo, los agentes geológicos externos tienden siempre a igualar el terreno, erosionando los relieves positivos y depositando materiales en los negativos.

#### 4.2. PROCESOS GEOLÓGICOS EXTERNOS.

Con el paso del tiempo el *relieve* va cambiando de forma por la acción de los **agentes geológicos externos**. Este proceso de modelado es lento y continuo y en él intervienen varios procesos:

- **Meteorización.** Es el proceso de rotura y fragmentación que experimentan las rocas expuestas a la intemperie. La *meteorización* de las rocas puede ser debida a distintas causas:
  - Los cambios de temperatura extremos entre el día y la noche, como ocurre en los desiertos, hacen que las rocas se dilaten con el calor y se contraigan con el frío continuamente, hasta fragmentarse.
  - En zonas frías, cuando el agua de lluvia se congela en las grietas de las rocas, el hielo hace un efecto de cuña que termina por romperlas.
  - *Meteorización biológica.* Las raíces de los árboles, al ir profundizando en el suelo, van comprimiendo y desmenuzando las rocas a su alrededor.
- **Erosión.** Es el desgaste y rotura de las rocas superficiales por la acción de *los agentes geológicos externos* como el viento y el agua, en todas sus formas. La erosión origina formas de relieve características.
- **Transporte.** Es el traslado de los materiales desde las zonas donde han sido arrancados por la erosión hasta zonas más bajas. Durante su transporte los materiales experimentan cambios.
- **Sedimentación.** Es la acumulación, en las zonas más bajas de la superficie, de los fragmentos de las rocas que han sido erosionados y transportados. Estas zonas son las **cuencas sedimentarias** y los fragmentos de rocas, cuando se depositan, forman los **sedimentos**. Estos se van depositando en **capas o estratos** y se transforman poco a poco en rocas sedimentarias (caliza, arcilla, yeso...).

#### 4.3. PROCESOS GEOLÓGICOS INTERNOS.

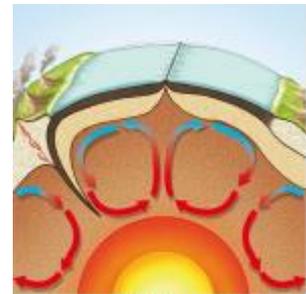
Los **procesos geológicos internos** se deben a la **energía interna de la Tierra**. El principal agente es el movimiento de las *placas litosféricas*. Como consecuencia de ello, se originan *volcanes*, *terremotos*, *formación de cordilleras* y el *movimiento de continentes y océanos*. Su actuación cambia la superficie terrestre originando un relieve desigual.

La manifestación de los *agentes internos* se realiza con movimientos lentos (fallas o pliegues de la corteza terrestre) o bruscos (seísmos y volcanes), que así mismo darán origen a la formación de nuevos minerales y rocas.

#### 4.3.2. MANIFESTACIONES DE LA ENERGÍA INTERNA DE LA TIERRA.

Los *procesos geológicos internos* ocurren por dos factores:

- **Calor interno de la Tierra:** La energía que se desprende en la desintegración de elementos radiactivos presentes en el núcleo terrestre provoca un aumento de la temperatura; la temperatura generada calienta la parte inferior del manto, haciendo menos densos los materiales y provocando su ascenso. Al mismo tiempo, los materiales superficiales del manto, más fríos y densos, descienden. El ascenso y descenso de materiales establece una circulación constante denominada **corrientes de convección**.
- **Gravedad:** Permite la formación de las *corrientes de convección*, haciendo que los materiales más fríos y densos puedan descender a capas profundas del manto terrestre.



Esquema de las corrientes de convección

Los **terremotos** y los **volcanes** son las manifestaciones más claras que podemos observar de la energía interna de la Tierra. Son los agentes que provocan los *procesos geológicos internos*.

#### Terremotos o seísmos

La corteza terrestre, tanto la oceánica como la continental, está dividida en distintos fragmentos denominados **placas tectónicas**, las cuales se encuentran en un movimiento lento y continuo. Estas placas pueden separarse, colisionar o friccionar entre ellas.

Los *terremotos* se producen por desplazamientos bruscos de grandes fracturas de la corteza terrestre llamadas **fallas**.

El **foco o hipocentro** es el lugar de la *falla* donde se inicia el terremoto. El **epicentro** es el lugar de la superficie terrestre situado justo encima del *hipocentro*. El movimiento de las placas libera energía en forma de **ondas sísmicas** que se transmiten tanto por el interior de la corteza terrestre como por el exterior, provocando los daños de la superficie.



Cuando se originan muchos temblores se dice que hay **actividad sísmica**. Ésta se mide haciendo uso de la *Escala de Richter* o bien la *Escala de Mercalli*.

Los encargados de estudiar los *seísmos* o *terremotos* son los *sismólogos*. Éstos pueden detectar cualquier vibración en la tierra por muy leve que sea a través de un **sismógrafo**. Todas esas vibraciones quedan registradas gracias a unas agujas que trazan líneas discontinuas cuando hay vibraciones. Si no las hay estas líneas son rectas.

Hay *estaciones sismográficas* ubicadas en el mundo y cuando se perciben *ondas sísmicas*, se comparan las ondas y el tiempo que han tardado en recibirlos las demás estaciones. Esto permite que los científicos puedan determinar el lugar donde se produjo el *seísmo* y también la magnitud.

## Volcanes

Los **volcanes** son conductos u orificios por los que sale al exterior el **magma** generado en el interior terrestre. La **cámara magmática** es el lugar donde el *magma* se acumula y la **chimenea** es el conducto por el que este sale al exterior. La *chimenea* desemboca en el **cráter** u orificio de salida del *magma*.



En muchos casos, a medida que el *magma* fluye al exterior, se va depositando y genera una elevación que recibe el nombre de **cono volcánico**. Cuando el *magma*, formado por roca fundida y gases disueltos, sale al exterior, se denomina **lava**.

La composición del *magma*, así como de la *lava* que surge en las erupciones, puede variar mucho dependiendo de los materiales que la forman.

Los materiales que emite un volcán en una erupción se clasifican según su estado físico:

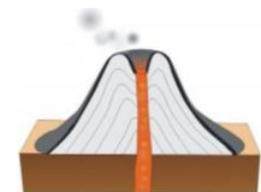
- **Gases volcánicos:** Principalmente se desprende vapor de agua, pero también emiten *dióxido de carbono* y *dióxido de azufre*. Las *actividades volcánicas* forman parte del impacto del fenómeno del *cambio climático*.
- **Lava:** Roca fundida de composición variable dependiendo de las rocas a partir de las cuales se haya formado.
- **Piroclastos:** Materiales sólidos de tamaño variable, de menor a mayor tenemos *cenizas*, *lapilli* y *bombas volcánicas*.

Las **erupciones volcánicas** pueden ser muy diferentes debido a la viscosidad del magma presente en la *cámara magmática*. Según las características de la erupción, los volcanes se clasifican en:

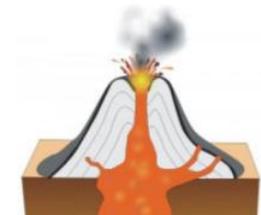
1. **Volcán hawaiano:** Tienen un magma muy fluido, por lo que el gas sale fácilmente y sus erupciones son muy tranquilas. Su cono es muy grande y aplanado.
2. **Volcán estromboliano:** Su magma es más viscoso y producen erupciones más violentas. Su cono es más esbelto, formando la típica forma de volcán.
3. **Volcán vulcaniano:** La lava se caracteriza por ser muy viscosa y con enormes cantidades de gas. En este caso, se trata de erupciones muy violentas que pueden llegar a destruir al mismo volcán en el cual se desarrollan.



HAWAIANO

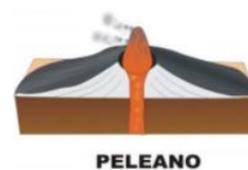


ESTROMBOLIANO



VULCANIANO

4. **Volcán peleano:** Tienen el magma más viscoso, dificultando la salida de los gases y provocando erupciones muy explosivas.



Los *volcanes* según su actividad se pueden clasificar en:

- **Volcanes activos.** Son aquellos volcanes que permanecen en estado de latencia y pueden erupcionar en cualquier momento.
- **Volcanes inactivos.** También llamados durmientes, son volcanes que mantienen un mínimo de actividad. Un volcán se considera inactivo cuando ha pasado siglos sin erupciones volcánicas.
- **Volcanes extintos.** Son volcanes en los cuales su última erupción data más de 25.000 años. También se denomina así, aquellos volcanes que los movimientos tectónicos los han desplazado de su fuente de magma.

### Tectónica de placas

Los *terremotos* y los *volcanes* no se producen de forma accidental ni ocurren en cualquier zona, ambos se concentran en regiones específicas que coinciden con los *bordes* de las denominadas *placas litosféricas*. La *litosfera* es la capa rígida más superficial de la Tierra que está fragmentada debido al movimiento de las *corrientes de convección* que se producen en el manto.

Las **corrientes de convección** van desplazando las **placas litosféricas**, lo que provoca que rocen entre sí, choquen o se separen, generando con ello los *terremotos*, los *volcanes* y diferentes *formaciones del relieve oceánico y terrestre*:

Tipos de límites de placas	Características
Divergentes	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Las placas se separan.</li> <li>• Se crea nueva litosfera.</li> <li>• Se forman dorsales oceánicas.</li> </ul>
Convergentes	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Las placas se aproximan y colisionan entre sí.</li> <li>• Se destruye la litosfera.</li> <li>• Se forman volcanes, cordilleras y fosas oceánicas.</li> </ul>
Transformantes	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Las placas rozan de forma lateral.</li> <li>• La fricción ni crea ni destruye litosfera.</li> <li>• Se forman fallas transformantes y se producen terremotos.</li> </ul>

En España hay dos *áreas volcánicas* bien diferenciadas:

- **España insular:** *Islas Canarias* e *Islas Columbretes* (en el Mediterráneo).
- **España continental:** *La Garrocha* (Gerona), *Campo de Calatrava* (Ciudad Real) y *Cabo de Gata* (Almería) - *Jumilla* (Murcia).

### 5. LOS RIESGOS GEOLÓGICOS.

Se define **riesgo** como la probabilidad de que ocurra un proceso o evento que cause daños personales (heridas, enfermedades o muerte), pérdidas económicas o daños al medio ambiente.

El **riesgo geológico** es aquel riesgo provocado por cualquier *proceso geológico (interno o externo)* capaz de producir daños materiales y/o personales. Se puede valorar el riesgo de la siguiente manera:

**Riesgo geológico = Peligrosidad x Vulnerabilidad**

- **Peligrosidad:** Probabilidad de que ocurra una amenaza en un lugar determinado.
- **Vulnerabilidad:** Valor de los daños humanos y materiales que ocasione la amenaza.

Los *riesgos geológicos* se clasifican en tres grupos:

- Los originados directamente por la *dinámica de los procesos geológicos internos (volcanes, terremotos y tsunamis)*.
- Los derivados directamente de la *dinámica de los procesos geológicos externos (inundaciones, deslizamientos, desprendimientos, hundimientos y aludes)*.
- Los *riesgos geológicos inducidos* son provocados por la intervención y modificación directa del ser humano sobre el medio geológico o la dinámica de diversos procesos geológicos naturales.

Cada uno de los riesgos se estudia con el propósito de determinar sus causas, su alcance y evaluar su peligrosidad, con el fin de establecer medidas preventivas o correctivas para evitar y/o minimizar el riesgo.

#### **5.4. RIESGO SÍSMICO.**

Un *terremoto o seísmo* es la vibración de la Tierra producida por la liberación brusca de la energía elástica almacenada en las rocas cuando se produce su ruptura tras haber estado sometidas a grandes esfuerzos.

Las rocas sometidas a esfuerzos pueden sufrir deformaciones elásticas y acumulan durante años la energía elástica hasta un cierto límite, por encima del cual, se supera la resistencia del material. Entonces se fracturan, originando una *falla* y, a la vez, se libera en segundos la energía almacenada en ellas.

La fuerza de un terremoto se puede valorar utilizando dos medidas diferentes:

- **Magnitud:** Mide la energía liberada en el hipocentro de un terremoto, utilizando la *escala de Richter*, que es una escala logarítmica, es decir, que el aumento de una unidad en la escala supone un incremento de 10 veces la energía liberada.
- **Intensidad:** Mide los daños causados por un terremoto en un lugar determinado. Se utiliza la *Escala Macrosísmica Europea (EMS-98)*.

La **peligrosidad sísmica** depende, principalmente, de la *magnitud* y de la *intensidad* de un terremoto o un tsunami. Estos factores están directamente relacionados con la liberación de energía en el marco de la tectónica de placas.

Un *terremoto* puede ocasionar numerosos daños: *daños en edificios y en infraestructuras civiles, rotura de presas, rotura de conducciones de gas y de agua, tsunamis, muerte de personas y animales, etc.*

#### **5.5. RIESGO VOLCÁNICO.**

Los *volcanes* son un *riesgo geológico natural*, ya que pueden causar muerte y destrucción.

Debido a los diferentes *tipos de erupción*, de *volcanes* y de *composición del magma*, los **riesgos volcánicos** son muy variados como las **explosiones volcánicas**, la cantidad de **nubes de cenizas** que expulsa, la **colada de lava formada**, el **materias piroclástico arrojado**, las **emisiones de gases tóxicos**, etc.

La distribución geográfica de los *volcanes* no es aleatoria, sino que está relacionada con los límites de placas tectónicas. Debido a ello, también tendremos en cuenta si el volcán se encuentra próximo a una zona habitada o no.

La **peligrosidad volcánica** depende, principalmente, del mecanismo eruptivo y del volumen de materiales expulsados a la superficie. La **magnitud de los peligros eruptivos** se calcula a partir de dos parámetros:

- **Índice de fragmentación (F)**, es la proporción de *piroclastos* de tamaño inferior a 1 mm (cenizas) en un punto. Dicho tamaño depende de la explosividad: cuanto mayor es esta, mayor fragmentación del magma.
- **Índice de dispersión (D)**, es el área cubierta por el depósito *piroclástico* en una región concreta. A mayor explosividad, mayor altura de la columna piroclástica y, en consecuencia, mayor alcance de los depósitos piroclásticos de caída

Los volcanes producen un impacto sobre los recursos y sobre los habitantes de la zona en la que sucede la erupción volcánica. Durante una erupción volcánica se altera la calidad de los recursos naturales como el aire, el suelo y el agua en los ecosistemas de la zona de riesgo volcánico, principalmente por la emisión de gases y cenizas.

Las coladas pueden provocar incendios y destrucción de viviendas, infraestructuras civiles y suministros de gas, electricidad y agua.

## 5.6. PREDICCIÓN Y PREVENCIÓN SÍSMICA Y VOLCÁNICA.

La **predicción** y la **prevención** ayudan a reducir el riesgo sísmico y volcánico.

### Predicción y prevención frente a terremotos

Pese a conocer aproximadamente en qué zonas ocurren los terremotos, no es posible predecir de forma exacta cuándo tendrán lugar. No existe actualmente ningún método capaz de predecir el tiempo, lugar y magnitud de un terremoto. Sólo se puede hablar de probabilidades de ocurrencia.

Por tanto, se trata de aplicar **medidas de prevención** que permitan evitar o reducir los efectos de un terremoto:

- Realizar mediciones de la tensión acumulada en los bloques de una *falla* y observar si se producen microfracturas para deducir si el seísmo está próximo.
- Elaboración de mapas de riesgo sísmico.



- Establecimiento de normas para la construcción de viviendas e infraestructuras civiles en zonas de riesgo sísmico.
- Educación frente a terremotos.

En España, el **Instituto Geográfico Nacional (IGN)** es responsable de la *Red Sísmica Nacional* y de los sistemas de detección y comunicación de los movimientos sísmicos en tiempo real.

### **Predicción y prevención frente a volcanes**

En cuanto a la **predicción volcánica**, existen indicios que nos ayudan a predecir una erupción inminente, estudiando las señales de que el magma se está acumulando bajo el volcán, analizando la ascensión del magma a través de la chimenea o por el estudio de la emisión de gases volcánicos previos a una erupción volcánica.



Los indicadores más comunes de reactivación volcánica son:

- Inicio o aumento de terremotos que se detectan en la red de sismógrafos.
- Cambios en la topografía del terreno.
- Cambios en la composición y tasa de emisión de gases (principalmente, dióxido de carbono y dióxido de azufre).
- Aumento de la temperatura del agua de los pozos.

Algunas de **medidas de prevención** que se pueden adoptar para evitar o reducir los efectos de un volcán son estas:

- Elaborar mapas de peligrosidad y riesgo que analicen la probabilidad de que se produzca un seísmo en una zona determinada.
- Desviar las corrientes de lava hacia lugares deshabitados.
- Evacuación de la población si existe riesgo.
- Contratación de seguros que cubran la pérdida de propiedades.
- Evitar las construcciones en las zonas de mayor riesgo .
- Sistemas de alarma que avisen a la población de un posible riesgo.

## **ACTIVIDADES DEL TEMA 8: “ROCAS Y MINERALES. PROCESOS GEOLÓGICOS INTERNOS Y EXTERNOS, SUS RIESGOS NATURALES. FORMACIÓN DEL RELIEVE Y EL PAISAJE”.**

### **1. Indica si son verdaderas (V) o falsas (F) las siguientes afirmaciones:**

- Las rocas magmáticas proceden de la solidificación del magma, que es una masa fundida de otras rocas del interior de la Tierra.
- Las rocas volcánicas se forman por el enfriamiento y la solidificación lenta en el interior de la corteza.
- Las rocas plutónicas están formadas por cristales grandes y de tamaño más o menos uniforme.
- Las rocas volcánicas están formadas por cristales grandes y redondeados.

### **2. Completa las frases siguientes sobre los tipos de rocas metamórficas:**

a) Las rocas foliadas se han formado en procesos metamórficos en los que el factor dominante es la \_\_\_\_\_. Los minerales están orientados en disposición \_\_\_\_\_, lo que les da un aspecto de \_\_\_\_\_.

b) Las rocas metamórficas no foliadas se originan a través de procesos en los que el factor dominante es la elevada \_\_\_\_\_. Por ello, los minerales que las componen forman cristales \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ y no presentan \_\_\_\_\_.

### **3. ¿Cómo se originan las rocas sedimentarias y cómo se clasifican?**

### **4. ¿Cómo se miden los Terremotos?**

### **5. Define mineral.**

### **6. Relaciona cada mineral con alguno de sus usos más frecuentes uniendo los elementos de las columnas.**

Rubí	● Para fabricar lentes de gran calidad.
Bauxita	● Para obtener el vidrio y el sílice.
Cuarzo	● Para obtener el aluminio.
Halita	● Para la fabricación de joyas.
Magnetita	● Para la obtención de la sal común.
Fluorita	● Para la fabricación del acero.

7. ¿Cómo actúa la dinámica interna en la formación del relieve? ¿Y la dinámica externa?

8. ¿Qué diferencia existe entre meteorización y erosión?

9. Une con flechas cada concepto con su definición.

Relieve	Proceso por el que las rocas cambian de forma
Modelado	Son los ríos, las aguas subterráneas, los torrentes, las olas, el viento y el hielo
Agentes geológicos externos	Formas de terreno que se observan en la superficie terrestre

10. Define los siguientes términos:

a) Meteorización:

b) Erosión:

c) Transporte:

d) Sedimentación:

11. Indica si son verdaderas (V) o falsas (F) las siguientes afirmaciones:

- El modelado del relieve depende de los agentes geológicos externos, como los volcanes.
- Algunos seres vivos, como las plantas, son capaces de romper las rocas.
- La sedimentación se realiza en las zonas más altas de la superficie terrestre.
- Meteorización es lo mismo que erosión.

12. Indica si son verdaderas (V) o falsas (F) las siguientes afirmaciones:

- a) La posición de los continentes sobre la Tierra ha sido siempre la misma.
- b) El conjunto de formas (montañas, valles, llanuras...) que encontramos en la superficie terrestre se denomina relieve.
- c) Los volcanes, terremotos, el movimiento de los continentes o el levantamiento de las cordilleras, son debidos al calor interno de la Tierra.
- d) En las dorsales hay movimientos de separación.

13. Completa el siguiente texto con estas palabras: *interno, Marte, marinos, construido, arrasado, energía, geológicos, muerto, externos, transportados.*

El relieve terrestre es \_\_\_\_\_ por la acción de los procesos \_\_\_\_\_ internos. Estos procesos son movidos por el calor \_\_\_\_\_ de la Tierra, sin el cual esta sería un planeta \_\_\_\_\_, como la Luna o \_\_\_\_\_. Al mismo tiempo, el relieve tiende a ser \_\_\_\_\_ por los procesos geológicos \_\_\_\_\_, como la erosión. Estos procesos externos son movidos por la \_\_\_\_\_ solar. Los materiales erosionados son \_\_\_\_\_ por ríos, el viento o glaciares y depositados en los fondos \_\_\_\_\_.

**14. Indica si son verdaderas (V) o falsas (F) las siguientes afirmaciones:**

- El *magma* se forma por la erosión de otras rocas.
- Los *volcanes* solo arrojan materiales líquidos: la lava.
- No todos los *terremotos* son igual de violentos.
- El *hipocentro* es el lugar de la superficie terrestre situado justo encima del *epicentro*.

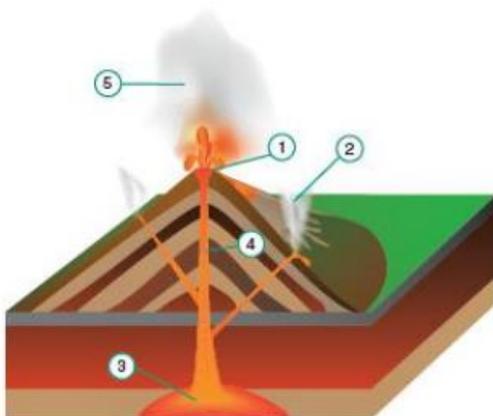
**15. ¿Qué tipo de volcán arroja lavas muy fluidas y tiene laderas con poca pendiente?**

**16. Une cada definición con la palabra correspondiente:**

Medidas tomadas para reducir un riesgo antes de que se produzca	Avalancha ardiente
Enormes olas que barren las zonas costeras	Deslizamiento de ladera
Información de que algo va a ocurrir antes de que suceda	Prevención
Amenaza sobre las personas debida a fenómenos naturales	Riesgo
Masa de tierra y rocas que se desprenden por un terremoto	Tsunami
Nubes de cenizas y de gases ardientes que se deslizan ladera abajo	Predicción

**17. ¿Qué zonas de España tienen mayor riesgo volcánico?**

**18. Completa la siguiente imagen con las partes que componen un volcán:**



1. \_\_\_\_\_
2. \_\_\_\_\_
3. \_\_\_\_\_
4. \_\_\_\_\_
5. \_\_\_\_\_

## SOLUCIONES

### 1. Soluciones:

V, F, V, F.

### 2. Soluciones:

- a) Las rocas foliadas se han formado en procesos metamórficos en los que el factor dominante es la **presión**. Los minerales están orientados en disposición **paralela**, lo que les da un aspecto de **hojaldre**.
- b) Las rocas metamórficas no foliadas se originan a través de procesos en los que el factor dominante es la elevada **temperatura**. Por ello, los minerales que las componen forman cristales **grandes, regulares** y no presentan **orientación**.

### 3. Soluciones:

Las *rocas sedimentarias* se forman a partir de rocas preexistentes de cualquier tipo cuya erosión da lugar a *sedimentos*, que se depositan lentamente en el fondo de los océanos, mares o lagos, formando capas horizontales superpuestas denominadas *estratos*, en las denominadas *cuencas sedimentarias*. Los sedimentos se van compactando por el peso que ejercen sobre ellos los materiales que se acumulan encima y cementados por la precipitación de sales minerales. Como resultado de este proceso, los *sedimentos* se transforman en rocas.

Según el origen de los sedimentos pueden ser:

- **Rocas detríticas.** Estas rocas proceden de fragmentos de distintos tamaños originados por la erosión de las rocas superficiales. Son *rocas detríticas* los *conglomerados*, las *arenas* y las *arcillas*.
- **Rocas no detríticas.** Estas rocas se originan por la precipitación en el fondo de una cuenca sedimentaria de sustancias disueltas en el agua o por la acumulación de restos de organismos. Son *rocas no detríticas* las *calizas*, las *dolomías* y las *evaporitas*.

### 4. Solución:

De los terremotos se puede medir su *magnitud* y su *intensidad*. Son conceptos distintos y conviene no confundirlos.

La intensidad valora los efectos sobre las personas, los objetos, el terreno, etc. y se basa en la observación.

La magnitud se relaciona con la causa del terremoto y mide la cantidad de energía liberada. Se expresa generalmente mediante la escala de Richter y sus valores, que no tienen límites ni superior ni inferior, se obtienen de datos recogidos sobre el terreno. Es una escala exponencial, con lo cual un terremoto de magnitud 4 es 100 veces superior a uno de magnitud 2.

#### Magnitud escala Richter

Menos de 3,5

De 3,5 a 5,5

De 5,4 a 6,0

#### Efectos del terremoto

Generalmente no se siente, pero es registrado.

Se siente, pero causa daños menores.

Ocasiona daños ligeros a edificios.

De 6,1 a 6,9

Puede ocasionar daños severos en zonas muy pobladas.

De 7,0 a 7,9

Terremoto mayor. Causa graves daños.

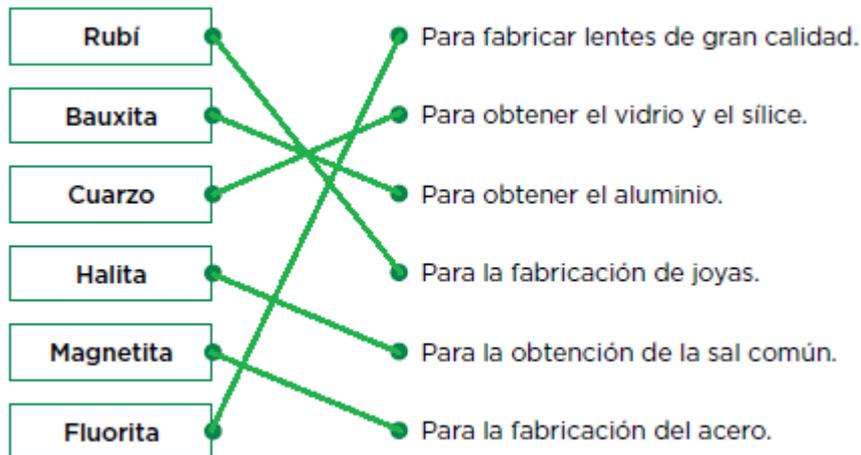
8 o mayor

Gran terremoto. Destrucción total a zonas cercanas.

### 5. Solución:

Un mineral es una sustancia inorgánica existente en la corteza terrestre que está formada por uno o varios elementos químicos. Tiene una composición química definida y tiene una estructura cristalina.

### 6. Soluciones:



### 7. Soluciones:

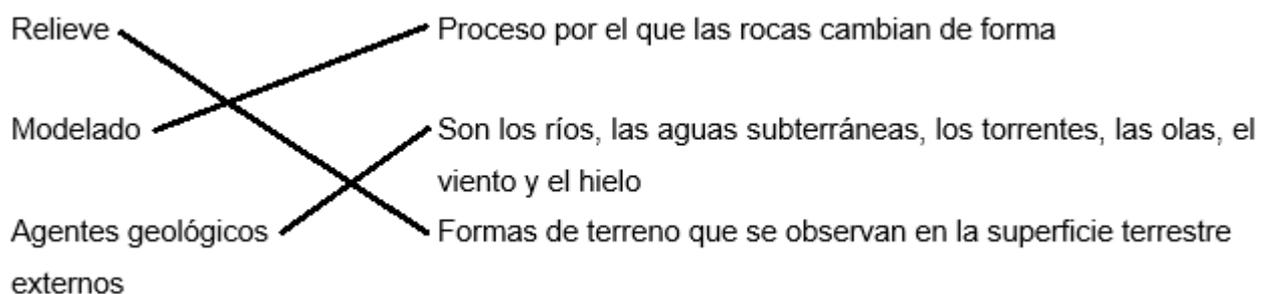
Dinámica interna: crea las estructuras de más envergadura, como es el caso de las cordilleras creadas por placas tectónicas.

Dinámica externa: actúa sobre las estructuras generadas por la dinámica interna y tiende a igualar el relieve. Se manifiesta a través de agentes geológicos externos como el viento o el agua.

### 8. Solución:

La meteorización provoca la degradación de las rocas donde se encuentran estas, sin traslado del material resultante. moverse del lugar original. Los agentes responsables de la meteorización son atmosféricos (humedad o temperatura), sustancias químicas o seres vivos. La erosión consiste en la movilización por los agentes geológicos externos (viento, agua y hielo) de los materiales que resultan de la meteorización de las rocas. Implica su traslado de lugar por la actuación de diferentes agentes de transporte.

### 9. Soluciones:



**10. Soluciones:**

- a) **Meteorización:** Conjunto de procesos externos que provocan la alteración y disgregación de las rocas por efecto de los agentes geológicos externos.
- b) **Erosión:** Desgaste y modelación de la corteza terrestre causados por la acción del viento, la lluvia, los procesos fluviales, marítimos y glaciales, y por la acción de los seres vivos.
- c) **Transporte:** Es el desplazamiento de sedimentos desde el lugar donde se produce la erosión hasta donde se depositan.
- d) **Sedimentación:** La sedimentación es el proceso por el que se depositan o precipitan los materiales transportados por distintos agentes (gravedad, escorrentía, glaciares o viento) y procedentes de la erosión y la meteorización de las rocas, pasando a ser sedimento.

**11. Soluciones:**

F, V, F, F.

**12. Soluciones:**

F, V, V, V.

**13. Soluciones:**

El relieve terrestre es **construido** por la acción de los procesos **geológicos** internos. Estos procesos son movidos por el calor **interno** de la Tierra, sin el cual esta sería un planeta **muerto**, como la Luna o **Marte**. Al mismo tiempo, el relieve tiende a ser **arrasado** por los procesos geológicos **externos**, como la erosión.

Estos procesos externos son movidos por la **energía** solar. Los materiales erosionados son **transportados** por ríos, el viento o glaciares y depositados en los fondos **marinos**.

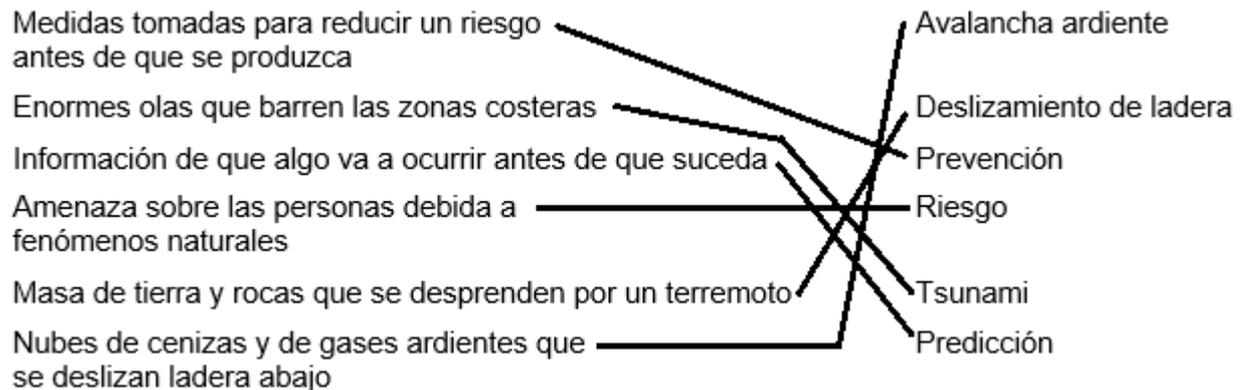
**14. Soluciones:**

F, F, V, F.

**15. Solución:**

El volcán hawaiano.

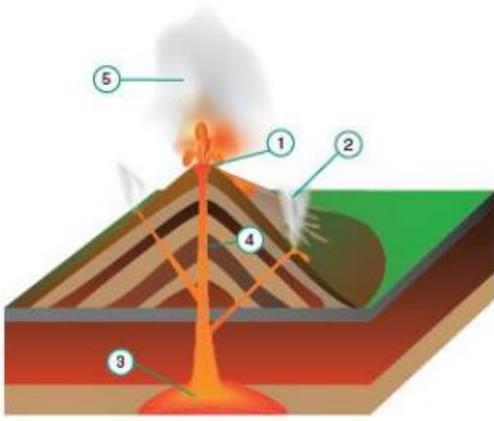
**16. Soluciones:**



**17. Soluciones:**

La Islas Canarias, las Islas Columbretes, La Garrocha (Gerona), el Campo de Calatrava (Ciudad Real), Cabo de Gata (Almería) y Jumilla (Murcia).

**18. Soluciones:**



1. Cráter.
2. Cono volcánico.
3. Cámara magmática.
4. Chimenea volcánica o magma.
5. Gases y cenizas.